Proyecto

Test previo: cuestionario para los alumnos

Preparación

Léales a sus alumnos el texto siguiente acerca de Eratóstenes. Va a despertar su curiosidad y motivarlos luego para entrar de lleno en el proyecto.

"¿Sabíais vosotros que hace mucho tiempo, en Egipto, un papiro le llamó la atención a un tal Eratóstenes, que por aquel entonces era director de la Gran Biblioteca de una ciudad llamada Alejandría, al borde del Mediterráneo? El papiro explicaba que, el primer día del verano, o sea el 21 de junio, y a la hora del mediodía al sol, un palo vertical no proyectaba ninguna sombra sobre el suelo. Eso ocurría muy lejos de Alejandría, en línea recta hacia el sur, en una ciudad llamada Siena, que es la actual Asuán. Eratóstenes observó, por su parte, que en Alejandría, también el 21 de junio y a la misma hora, un palo vertical sí proyectaba una sombra, aunque ésta era relativamente corta. ¿Qué misterio era ése? No vamos a daros ahora la clave sino invitarlos a descubrirla por vosotros mismos Eso os hará viajar muy lejos..., como a Eratóstenes. ¡La clave del misterio os permitirá nada menos que medir la circunferencia de la Tierra!"

Ya verá más tarde cómo completar esta narración y qué simulaciones le propondrá a sus alumnos. La investigación bibliográfica también se hará más tarde. Pero, desde luego, sus alumnos podrán comentar esta historia verídica y situar desde ahora las dos ciudades que nos interesan.

Dígales luego, para tranquilizarlos acerca del cuestionario:

"Durante todas las actividades que vamos a realizar dentro de este proyecto, que se llama 'Siguiendo los pasos de Eratóstenes', vamos a tratar una serie de temas apasionantes sobre los que tal vez ya tengáis algunas ideas. El cuestionario que os enseñaré sirve para hacer una evaluación de lo que ya conocéis sobre estos temas. Pero no os preocupéis: si no sabéis qué contestar a algunas preguntas o si os equivocáis, no importa en absoluto. No tendráis una nota por el cuestionario; es más bien un test en forma de juego. Sin embargo, si no entendéis bien una pregunta, ne dudéis en preguntarme o directamente, si corresponde, contestad 'No sé'."

Desarrollo práctico

Duración prevista: según el nivel de los alumnos, una sesión de 45 mn o dos sesiones de 30 mn aproximadamente; procure que los alumnos más lentos puedan terminar en otro momento.

Material

Para cada alumno:
- las hojas del cuestionario y varias hojas blancas para los dibujos que se piden en algunas preguntas,
- lápiz negro, goma, lápices de colores o rotuladores.

PROYECTO "SIGUIENDO LOS PASOS DE ERATÓSTENES"

Aquí tienes 14 preguntas para hacer una evaluación de tus conocimientos sobre algunos temas.
Antes de contestar a una pregunta, empieza por leerla hasta el final.
Cuando tengas que elegir una de las respuestas propuestas, ***haz un círculo*** *alrededor de la respuesta elegida con un lápiz negro.*
Cuando tengas que contestar por medio de un ***dibujo,*** *hazlo en una hoja aparte, escribiendo primero el* ***número*** *de la pregunta en la hoja.*

1 – ¡Ponte a la sombra!

¿Ya te has fijado en las sombras? Trata de dibujar la sombra de un palo al sol (imagina que el palo está clavado en el suelo).
A continuación, haz lo mismo con tres palos bastante separados entre sí.

2 – ¿Está torcida la pizarra?

Vertical y horizontal: haz un dibujo para ilustrar estas dos palabras. Antes de nada, traza una línea para representar el suelo; luego, dibuja un objeto vertical, como si estuviera apoyado en el suelo, y a continuación otro al lado pero horizontal.

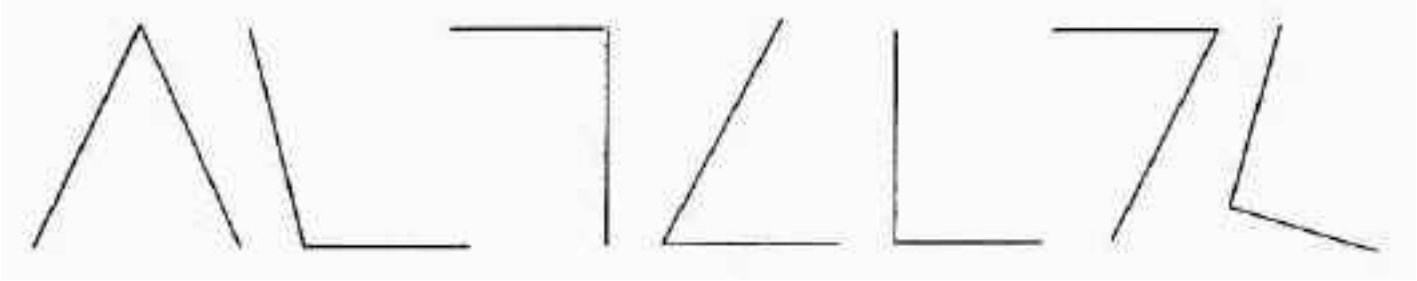
¿Puedes dar el nombre de dos instrumentos (¿y dibujarlos?) que permitan comprobar

- la verticalidad del primer objeto: _____

- la horizontalidad del segundo objeto: _____

3 – En la esquina de mi casa

¿Sabes ya lo que es un ángulo? ¿Y un ángulo recto? De los ángulos dibujados abajo, haz un círculo alrededor de los que creas que son ángulos rectos.



¿Sabes cómo se llama un ángulo que es "menos abierto" que un ángulo recto?

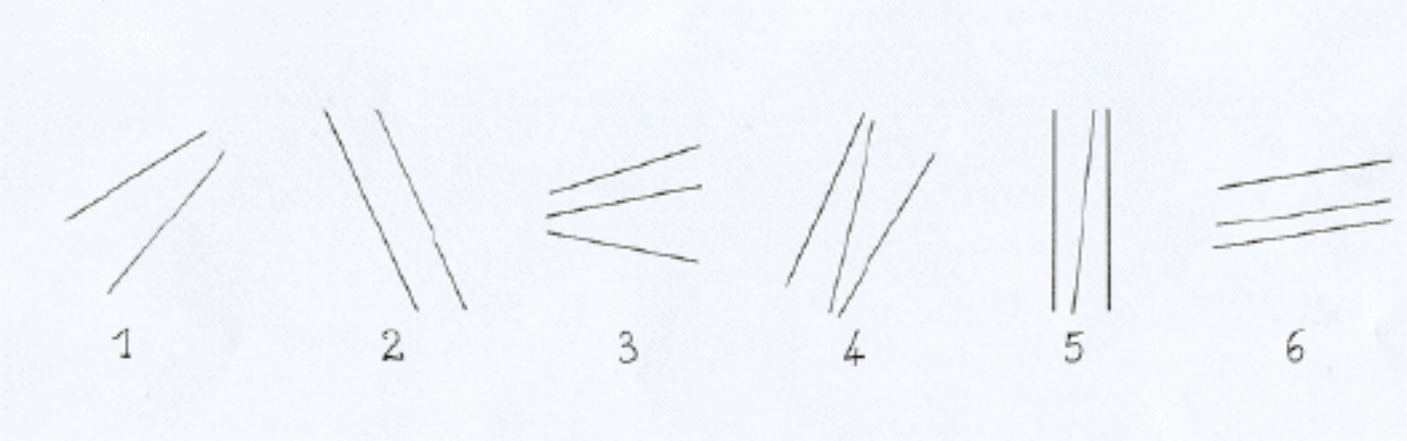
Decimos que es un ángulo _____

¿Sabes cómo se llama el instrumento que sirve para medir "la apertura" de un ángulo?

Se llama _____

4 – Cojamos una calle paralela a la tuya...

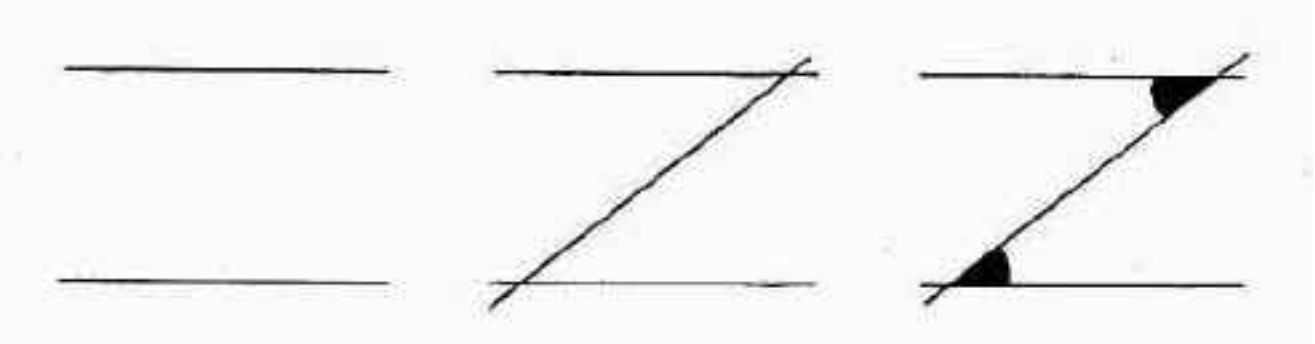
¿Has oído hablar de "rectas paralelas"? Aunque nunca hayas oído esa expresión, tal vez puedas darte cuenta de qué se trata mirando bien estos "grupos" de rectas:



Si crees que has encontrado la respuesta, haz un círculo alrededor de los "grupos" de rectas paralelas que figuran en el dibujo.

5 – Marcando la Z del Zorro (esta pregunta es únicamente para los alumnos de E.S.O. o de 12 a 15 años)

Observa las tres etapas de construcción de esta Z un poco particular.



Los dos ángulos pintados de negro

tienen una particularidad. ¿Cuál es? _____

Podríamos tratar de comprobarlo. ¿De qué manera?
_____

6 – ¡Buenos días, Tierra!

¿Qué forma tiene la Tierra? Dibújala en una hoja.

¿Cómo lo sabes? _____ ¿En qué objeto te hace pensar? _____

7 – ¡Otra vez palos!

Coge nuevamente el dibujo de la Tierra que acabas de hacer y agrega en el perímetro tres palillos clavados en el suelo como si fueran estacas pero bien alejados entre sí.

8 – La Tierra se ha puesto al sol

Dibuja la Tierra como imaginas que se la puede ver desde el espacio, con los continentes, por ejemplo, y también con el Sol que la ilumina. Si quieres mostrar que es de noche en algún lado del planeta, pinta cuidadosamente esa parte de color negro.

9 – ¡Es como el día y la noche!

De las 4 frases siguientes, marca con un círculo la o las que explican de manera correcta, según creas tú, por qué a veces es de día y a veces es de noche para los terrícolas (puedes marcar varias respuestas).

1) La Tierra gira alrededor del Sol

2) El Sol gira alrededor de la Tierra

3) La Tierra gira sobre sí misma

4) La Tierra gira sobre sí misma y alrededor del Sol

10 – Un vientecito del oeste

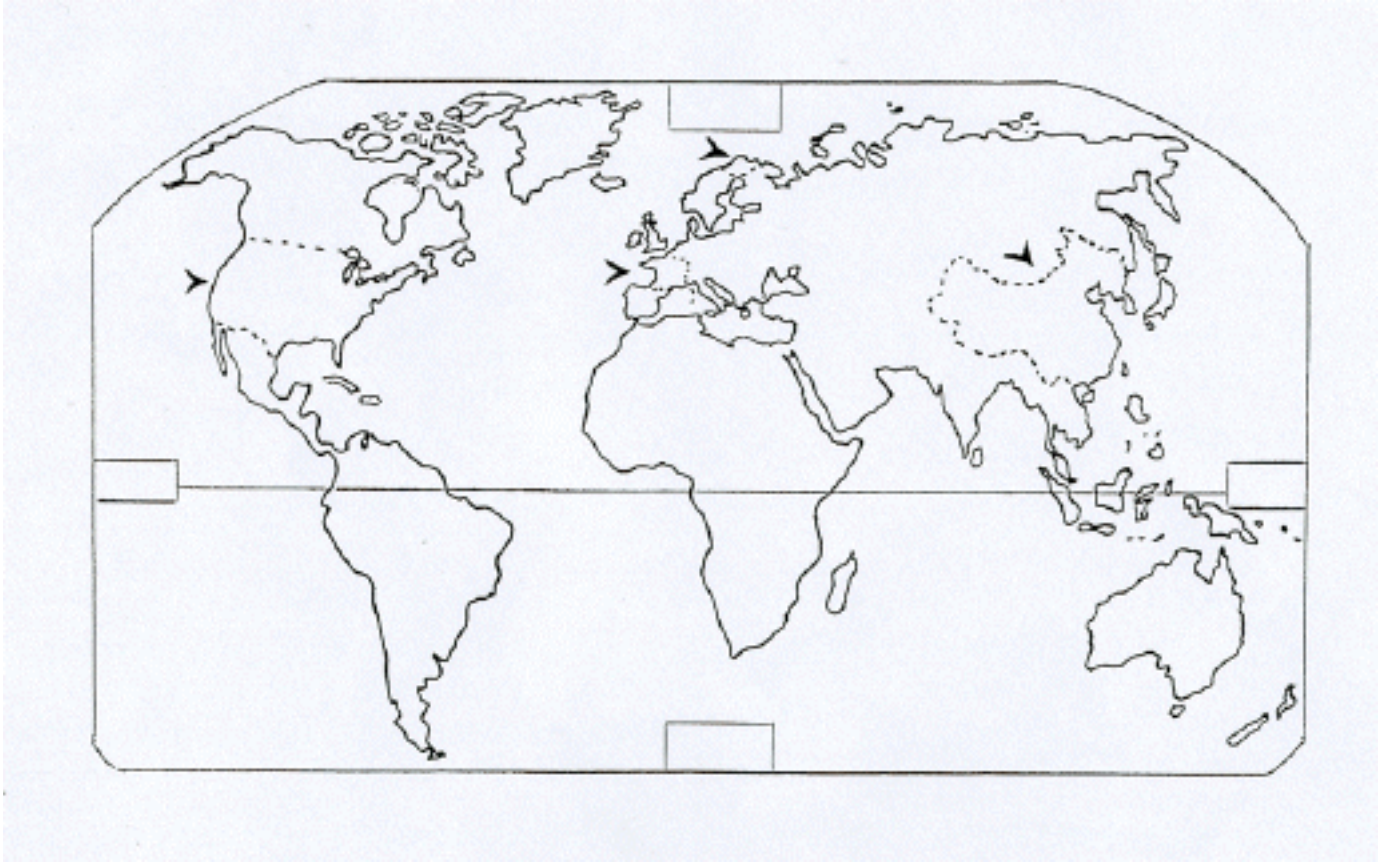
Aquí tienes un mapa de Francia y, al lado, lo que se llama una rosa de los vientos. La rosa de los vientos señala la dirección de los cuatro puntos cardinales que son:

el norte (N) el sur (S) el este (E) el oeste (O)

Escribe la inicial de cada punto cardinal (o sea la letra mayúscula correspondiente) en su lugar exacto en cada punta de la rosa de los vientos.
En el mapa está marcado el sitio en que se encuentra la escuela. Elige una región más al norte de ese sitio y escribe "norte", una región más al sur y escribe "sur", y así sucesivamente. (Nota para el maestro: cada docente en su país podrá, desde luego, adaptar esta pregunta remplazando el mapa de Francia por el mapa correspondiente.)

11 – Recorrer el mundo

Aquí tienes un mapa que representa los cinco continentes. Es lo que se llama un planisferio. Escribe el nombre de los cuatro puntos cardinales en los cuatro rectangulitos. Ubica dónde están Francia, Estados Unidos, China y Laponia, pintando cada uno de ellos con un color distinto. (Nota para el maestro: recuerde que puede remplazar Francia por el nombre de su país.)



¿Qué crees? ¿Estados Unidos está:

- al oeste de Francia?

- al este de Francia?
¿Qué crees? ¿Francia está:

- al oeste de China?
- al este de China?

12 – ¡Mira, sale el Sol!

¿Sabes en qué dirección se ve el Sol cuando sale?

¿al norte? ¿al sur? ¿al este? ¿al oeste?

¿Sabes en qué dirección se ve el Sol cuando se pone?

¿al norte? ¿al sur? ¿al este? ¿al oeste?

13 – ¡Me da el Sol en los ojos!

Imagina que ahora estás de pie frente al mar (o frente a una amplia llanura), con el Sol de frente, alto en el cielo. ¿En qué momento del día puedes verlo así? _____

¿En qué dirección está en ese momento? _____

Dibuja una línea como si fuera el horizonte y luego, arriba, en el centro, el Sol en el cielo.

Traza la trayectoria del Sol desde que sale, por la mañana, hasta que se pone, al atarceder.
Según tus respuestas a las preguntas 12 y 13, trata de situar los puntos cardinales.
Para terminar, pon flechas en la trayectoria del Sol.

14 – A lo largo de los días, las noches y las estaciones

¿Sabespor qué, en Francia, las noches son más largas en invierno que en verano? _____

_____

¿Sabes por qué, en Francia, hace frío en invierno y calor en verano?
_____

_____

OBSERVACIONES PARA EL MAESTRO

En lo que concierne a la respuesta a la pregunta n° 1, podemos determinar distintos tipos de errores posibles: - ausencia del Sol,
- posiciones relativas incorrectas del Sol, el palo y la sombra,
- sombra separada de la base del palo,
- detalles en la sombra,
- sombra de igual tamaño que el palo. Esto no es necesariamente un error ya que puede ocurrir pero implica que el alumno tiende a pensar que la sombra es como una imagen o un reflejo del objeto.

En lo que concierne a la respuesta a la pregunta n° 9, podemos considerar, según la física teórica, que la elección de la frase 2 también es correcta, ya que el movimiento entre la Tierra y el Sol es relativo entre ambos. Todo depende del punto de referencia que uno elige: si es la Tierra, ¡es cierto que el Sol gira alrededor de ella!
Los alumnos suelen estar convencidos de que la única hipótesis válida es la cuarta. Es muy instructivo pero muy difícil hacer que admitan que varias hipótesis explican la alternancia entre el día y la noche. Visto de otro modo, es difícil hacer que admitan que no hay ningún fenómeno familiar que pueda ser decisivo entre las distintas hipótesis.

De igual forma, en lo que concierne a la pregunta n° 13, si un alumno orienta la trayectoria del Sol de derecha a izquierda después de haber escrito el este a la derecha, para la salidad del Sol, y el oeste a la izquierda, para la puesta del Sol, y por lo tanto el norte en su punto culminante, observemos que su dibujo no es totalmente falso ya que esto es lo que ocurre efectivamente en el hemisferio sur.

En relación con los "errores" o "imprecisiones" que usted observe en los dibujos respuesta, es conveniente ser prudente: el alumno puede tener una idea bastante acertada sin saber cómo reflejarla correctamente, y esto por muchas razones: distracción, poca habilidad, incapacidad para reflejar las tres dimensiones en una hoja, etc. Por tanto, no dude en hacerle preguntas al alumno para estar seguro.

Desde nuestro punto de vista, creemos que sería mejor hacer una evaluación "transversal": esto significa contar el número de alumnos que han contestado correctamente a esta pregunta y después ver el tipo y la frecuencia de los errores hallados en las respuestas a esta misma pregunta. Este tipo de evaluación nos parece mucho más interesante y positiva para el resto del proyecto.

Sin embargo, para cada alumno, ¿por qué no establecer una especie de "perfil" cualitativo en el que aparezcan sus puntos fuertes y débiles en cada tema evaluado? Al terminar el proyecto, habrá que comparar este perfil con el del test final, que consiste sencillamente en el mismo cuestionario.

Secuencia 1

Descubrir las observaciones de Eratóstenes y tratar de reproducirlas

Introducción

Esta secuencia es fundamental ya que se trata de la secuencia de lanzamiento del proyecto, que durará todo el año (en el hemisferio norte hasta el 21 de junio). Le sugerimos que siga el desarrollo descrito más abajo, empezando por una experiencia al sol. Sin embargo, hemos visto el año pasado que puede ocurrir que el sol se esconda detrás de las nubes durante varias semanas seguidas. Por lo tanto, si después de un par de semanas, sigue sin poder lanzar el proyecto a causa del mal tiempo, puede invertir el orden de las sesiones 1 y 3 (experiencia en clase con linternas) y hacer más tarde la experiencia al aire libre.

Queremos destacar la importancia de hacer constar por escrito de lo que se va haciendo. Éste es uno de los grandes principios de la operación "La main à la pâte". Le sugerimos que, por ejemplo, le pida a cada alumno que lleve un cuaderno de experiencias como si fuera un diario de operaciones. En el transcurso de las distintas actividades, cada uno irá escribiendo lo que ha entendido o descubierto, lo que no entiende bien, las hipótesis planteadas para contestar a los muchos interrogantes que aparecerán. Este cuaderno incluirá, además, los dibujos y esquemas relacionados con las experiencias. Y le permitirá a Usted comprobar lo que el alumno aprendió, siguiendo su evolución durante el año.

Sesión preparatoria opcional: Abarca actividades asociadas con las relaciones que se dan entre una fuente de luz, los objetos y su sombra proyectada en una superficie de apoyo. Si después de leer estas experiencias cree que sus alumnos necesitan una sesión preparatoria sobre estas nociones, le recomendamos que consulte la ficha opcional sobre la formación de las sombras y su relación con una fuente de luz.

Nociones abordadas

Formación de sombras, propagación rectilínea de la luz, relación entre la longitud de la sombra y la altura de la fuente de luz, rayos paralelos y rayos divergentes.

Preparativos: Las observaciones de Eratóstenes

Duración: entre 30 y 45 minutos de presentación (trabajo a partir del texto).

Distribuya el texto siguiente en clase, junto con una fotocopia del mapa de Egipto, y pídales a sus alumnos que lo lean.

"En Egipto, hace unos 2.200 años, un papiro llamó la atención de un tal Eratóstenes, que por aquel entonces era director de la Gran Biblioteca de una ciudad llamada Alejandría, situada al borde del Mediterráneo. El papiro explicaba que, el primer día del verano, o sea el 21 de junio, y a la hora del mediodía al sol, un palo vertical no proyectaba ninguna sombra sobre el suelo y los rayos del sol penetraban hasta el fondo de los pozos. Eso ocurría muy lejos de Alejandría, en línea recta hacia el sur, en una ciudad llamada Siena, que es la actual Asuán. Eratóstenes observó, por su parte, que en Alejandría, también el 21 de junio y a la misma hora, un palo vertical sí proyectaba una sombra, aunque ésta era relativamente corta.
¿Qué misterio era ése?
Os invitamos a descubrirlo por vosotros mismos. Eso os hará viajar muy lejos puesto que, tal y como lo demostró Eratóstenes, la clave del misterio os permitirá nada menos que medir la circunferencia de la

Tierra".

Para empezar, los alumnos toman nota cuidadosamente de las palabras clave del texto: personaje, lugares, fecha, experiencia (objetos, horas, etc.). Después de situar el país en un mapa de la clase (por ejemplo, un planisferio o un mapa de Europa y del Mediterráneo colgados en la pared), pídales que sitúen en las fotocopias de los mapas de Egipto los lugares citados en el texto. Las actividades siguientes consistirán en reproducir las observaciones de Eratóstenes.

Sumario de la secuencia

1) **Reproducir las observaciones al sol**
2) **Interpretar las observaciones con la ayuda de esquemas**
3) **Reproducir las observaciones con una linterna**

---

1) Reproducir las observaciones al sol

Duración: por lo menos 30 a 45 minutos de experimentación en el patio, al sol.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos

- 1 mapa de Egipto fotocopiado en una hoja A4 (o 2 hojas pegadas) acartonada o pegada en cartulina,
- 2 cerillas o lápices cortos o tornillos de cabeza plana,
- 1 capuchón de bolígrafo,
- goma de pegar y cinta adhesiva común o doble cara (puede sustituirse por goma de pegar),
- ¡media hora de buen tiempo!

Ante todo, los alumnos tienen que reproducir en miniatura los sitios y objetos mencionados en el texto. Los "palos" pueden representarse con cualquier objeto de forma semejante (vea la lista de material) sujetos al mapa. Habrá que asegurarse, por cierto, de que ambos falsos palos estén plantados bien verticalmente pero no dé instrucciones de antemano y deje que los alumnos intenten por sí solos. Bastará con decirles que su experiencia tiene que ser exactamente idéntica a la que narra el texto. En Siena (Asuán), pueden elegir entre representar un palo o un pozo. Para este último pueden emplear un capuchón de bolígrafo "encastrado" en el mapa (para ello tendrán que hacer previamente en la hoja una ranura en forma de cruz; también se puede encastrar un lápiz).

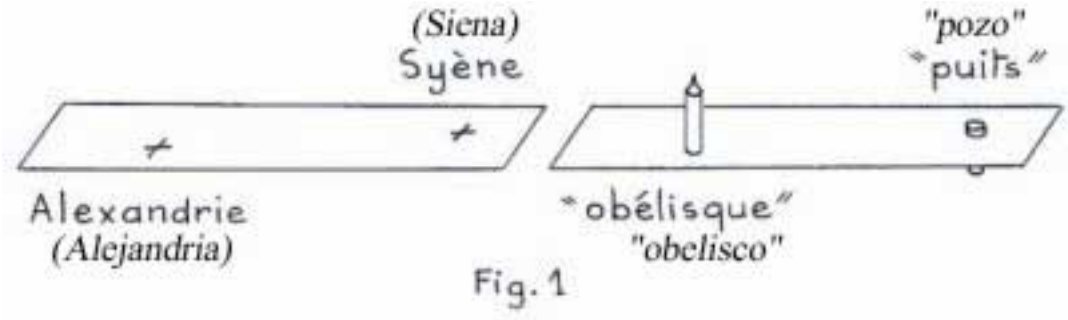


Fig. 1

Lo ideal sería nombrar a un relator por cada grupo. Este anotará en una hoja las decisiones tomadas y el procedimiento seguido por el grupo, es decir, los distintos ensayos sucesivos y los motivos de fracaso. Luego podrá fotocopiarse esta hoja para que sirva como primer testimonio escrito para los cuadernos de experiencias de los alumnos de cada grupo.

1º objetivo: Conseguir formar una sombra en Alejandría y anular simultáneamente la sombra de Siena (si se ha plantado un "palo") o iluminar el fondo del capuchón-pozo si se ha elegido esta alternativa. Si es preciso, recuerde durante la experiencia que los palos no tienen que estar inclinados sobre el mapa sino bien derechos.

Lo primero que verán los alumnos es que hay que orientar el mapa de cara al sol para que desaparezca la sombra del palo de Siena (o para que el fondo del pozo esté iluminado), pero entonces tampoco hay sombra en Alejandría... ¡Hay un problema!

Después de varios intentos, los alumnos descubrirán que tienen que incurvar el mapa y hasta se preguntarán cómo no se les había ocurrido antes..., ¡si la Tierra no es plana! Si bien la redondez de la Tierra les parecerá entonces una evidencia, sentirán que han encontrado argumentos en defensa de esta hipotesis.

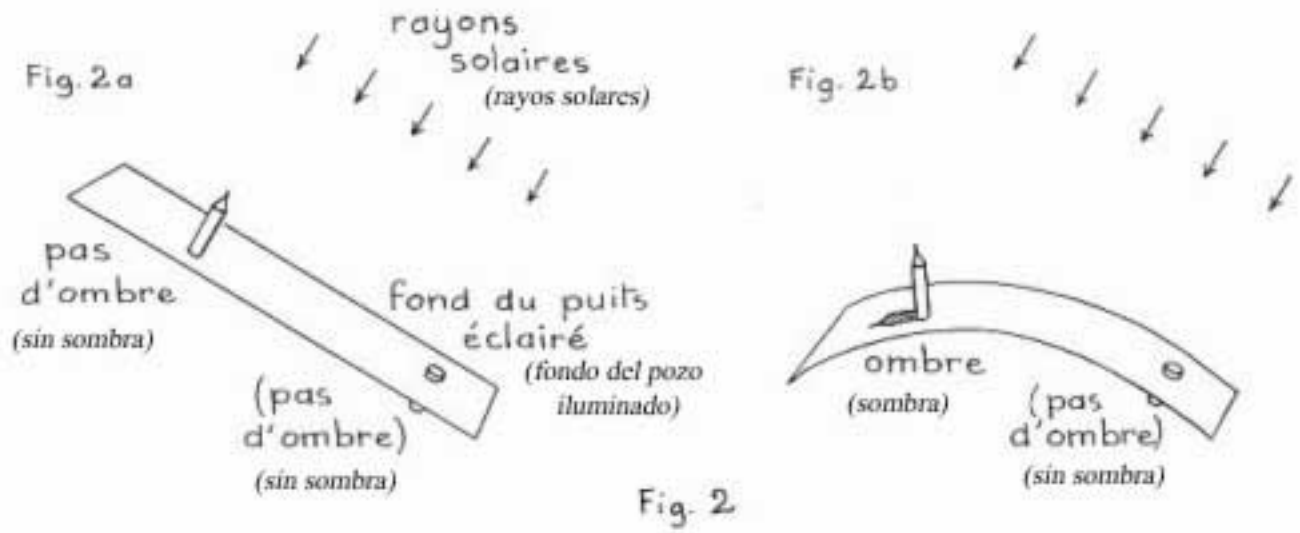


Fig. 2

2º objetivo: Lograr que cambie la longitud de la sombra en Alejandría sin que aparezca la sombra en Siena.

Para ello, los alumnos tendrán que incurvar más o menos el mapa y así verán que la longitud de la sombra en Alejandría depende de la curvatura del mapa y, por consiguiente, de la de la superficie terrestre.

3º objetivo: Lograr nuevamente que cambie la longitud de la sombra en Alejandría pero esta vez manteniendo siempre la misma curvatura del mapa. Los alumnos tendrán que alejar o acercar el "palo" plantado en Alejandría y entenderán así que la longitud de la sombra depende también de la distancia entre las ciudades.

Durante las operaciones correspondientes a cada objetivo, cada relator anota todas las ideas y los descubrimientos en su hoja.

---

2) Interpretar las observaciones con la ayuda de esquemas

Observación: si es posible, realice esta actividad inmediatamente después de la sesión anterior para que los alumnos no se olviden de los resultados.
También puede realizar en este momento las actividades relacionadas con la formación de sombras si los alumnos han tenido problemas de comprensión con la experiencia al sol. No dude en hacerles repetir rápidamente estas primeras experiencias antes de seguir para asegurarse de que las han memorizado y asimilado bien. Por último, si esta actividad de esquematización le parece difícil, puede invertir el orden de las sesiones 2 y 3, insistiendo de esa forma en la experimentación manual con las linternas antes de pasar a los dibujos.

Duración: prever entre 30 y 45 min en clase.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos
la hoja con los dibujos, notas y observaciones que el relator haya registrado durante la experiencia.

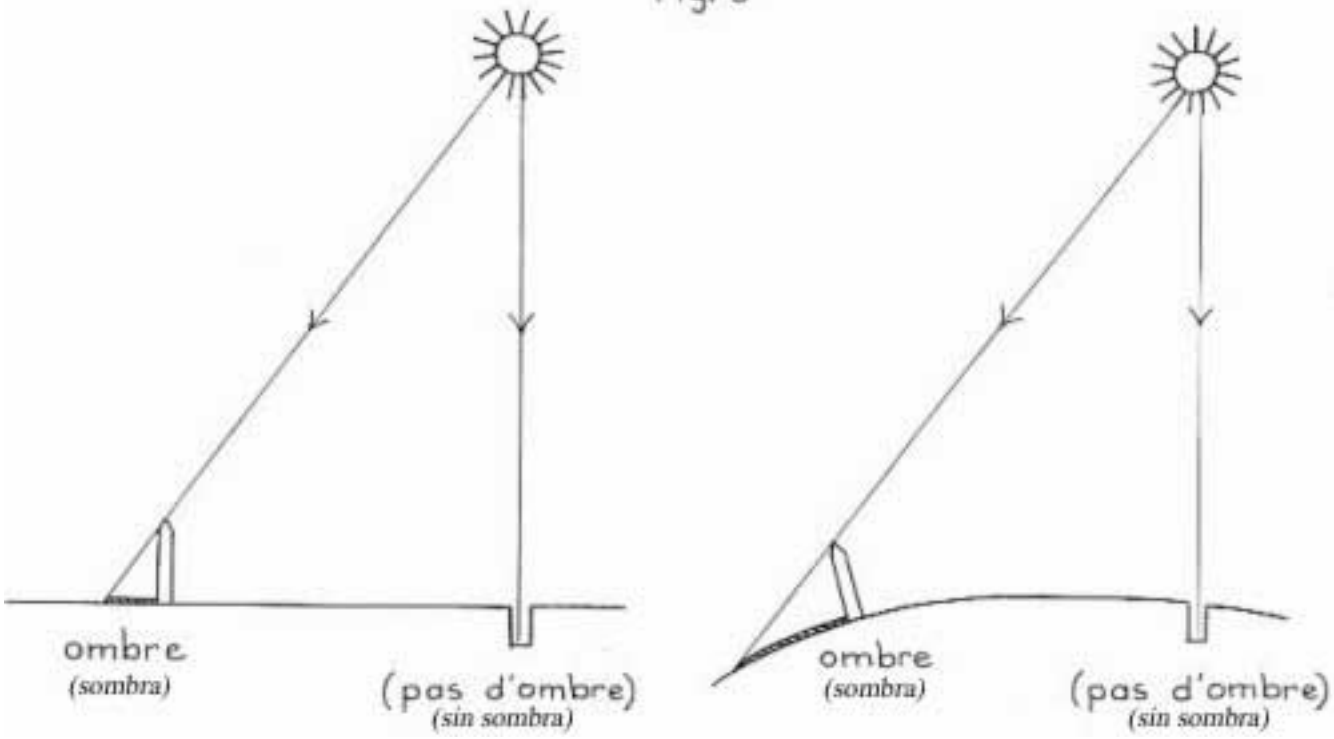
De regreso al aula de clase, cada grupo da cuentas de su manera de proceder ante todo el grupo, lo que da lugar a comparar las distintas soluciones adoptadas.

La clase en su conjunto concluye que esta experiencia ha permitido demostrar que la Tierra no es plana y que la sombra de los palos puede variar tanto en función de la curvatura de la superficie terrestre como de la distancia entre las dos ciudades.

Pida ahora que cada uno haga dos dibujos de "la experiencia al sol", en los que estén representados los dos palos (o el palo y el pozo) y el mapa de perfil:
- el primer dibujo con una Tierra plana,
- el segundo con una superficie terrestre curva (mapa incurvado).

Diga que los rayos del sol tienen que aparecer claramente en los esquemas y que tienen que dibujarlos con una regla. Si esto genera preguntas o dudas entre los alumnos, puede remitirse a las actividades optativas sobre la propagación de la luz (vea la ficha correspondiente). La mayoría de los alumnos dibujarán el sol en la hoja y sus rayos serán seguramente divergentes (rayos en corona). ¡Entonces estarán obligados a dibujar una sombra en Alejandría en los dos casos! Y esto no corresponde con lo que han observado, puesto que no había sombra ni en Alejandría ni en Siena cuando el mapa estaba en posición plana.

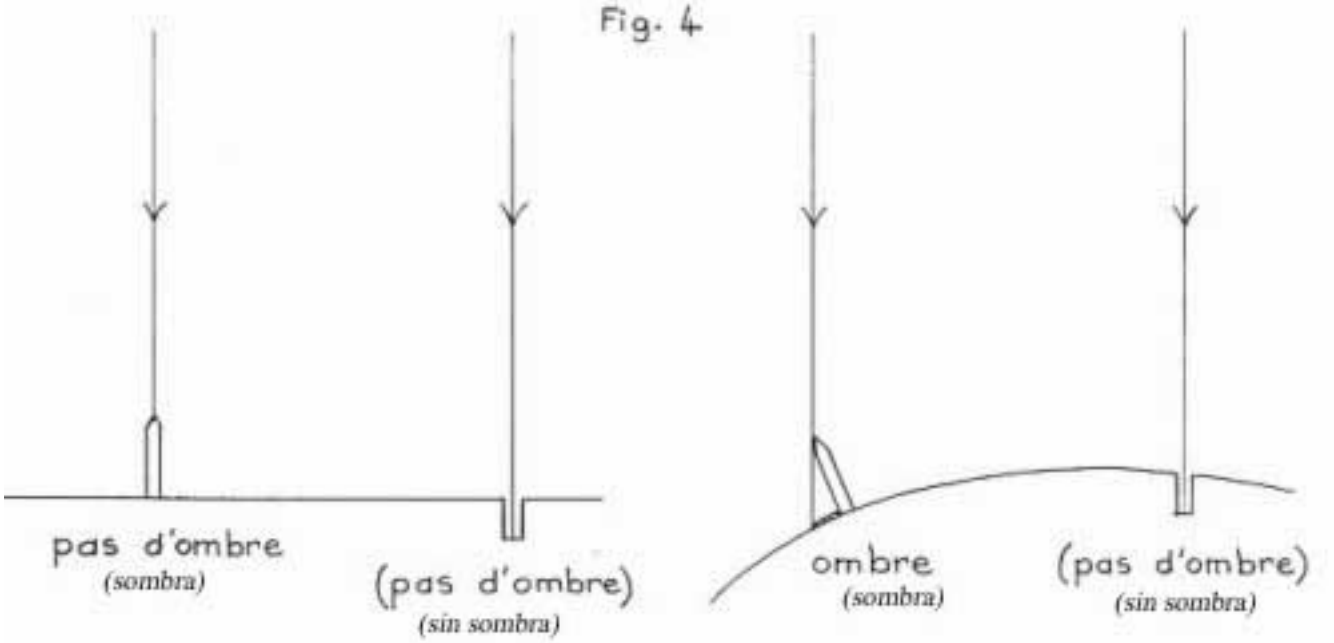
Fig. 3



Nuevo objetivo: "Buscad, cuando el mapa está en posición plana, cómo hay que dibujar el rayo que da sobre el palo para que no haya más sombra."
Los alumnos se darán cuenta de que tienen que "enderezar" el rayo del sol hasta que esté en la prolongación del palo. ¿Qué podrán observar entonces al mirar ambos rayos del sol? Que ambos tienen la misma dirección, o sea que la separación entre ambos siempre será constante. Es lo que se denomina rayos paralelos. Probablemente sus alumnos ya hayan oído esta expresión.

Ahora, volverán a hacer sus dos croquis con los rayos paralelos y sin el disco solar, representando así correctamente las observaciones que han hecho al sol con su mapa.

Fig. 4



Aunque tal vez sea necesario comprobar experimentalmente el paralelismo de los rayos solares.

En tal caso, si todavía tiene 15 minutos de buen tiempo, puede terminar la sesión con la actividad descrita al final de esta secuencia. También puede preferir realizarla como introducción de la próxima sesión.

Para terminar, y si aún le queda tiempo, puede pedirles a los alumnos que dibujen sus últimas experiencias, es decir, cuando tenían que incurvar más o menos el mapa manteniendo una distancia constante entre los palos y luego la situación inversa, o sea, con una curvatura fija y haciendo variar la distancia entre ambos palos. Por ejemplo, puede preparar croquis vírgenes en los que ellos tendrán que trazar los dos rayos solares (esta vez, bien paralelos con respecto a un rayo de referencia en línea de puntos; lo más fácil es que sea vertical) y proyectar las sombras. Así Usted podrá comprobar rápidamente que cada uno ha entendido bien las operaciones hechas al sol. Guarde celosamente los dibujos, ¡y mándenos los mejores!

Fig. 5

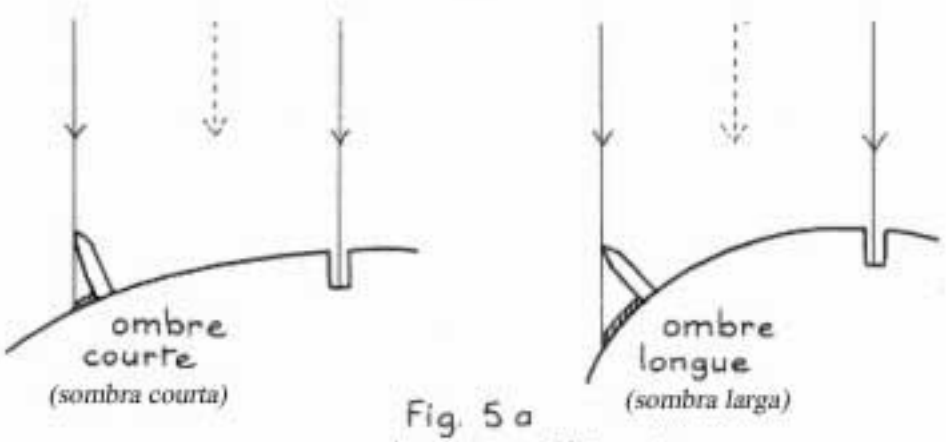


Fig. 5 a
courbure différente
même distance entre les lieux
(curvatura distinta
igual distancia entre ambos sitios)

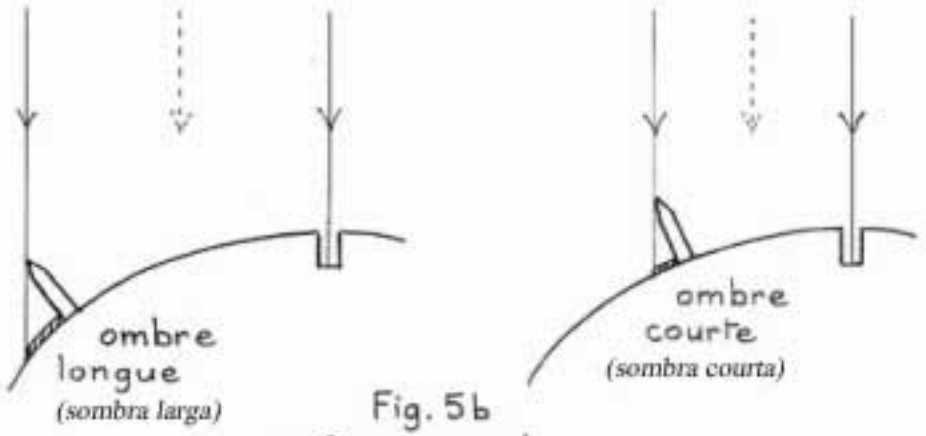


Fig. 5b
même courbure
distance différente
(igual curvatura
distancia distinta)

3) Reproducir las observaciones con una linterna

Esta simulación va a permitir que sus alumnos se planteen el problema de los efectos de los rayos de luz divergentes. Después descubrirán cómo hacer para que éstos pasen a un "paralelismo" progresivo.

Duración: aproximadamente 45 min.

Lugar: el aula de clase (oscurecida) y luego al aire libre.

Material

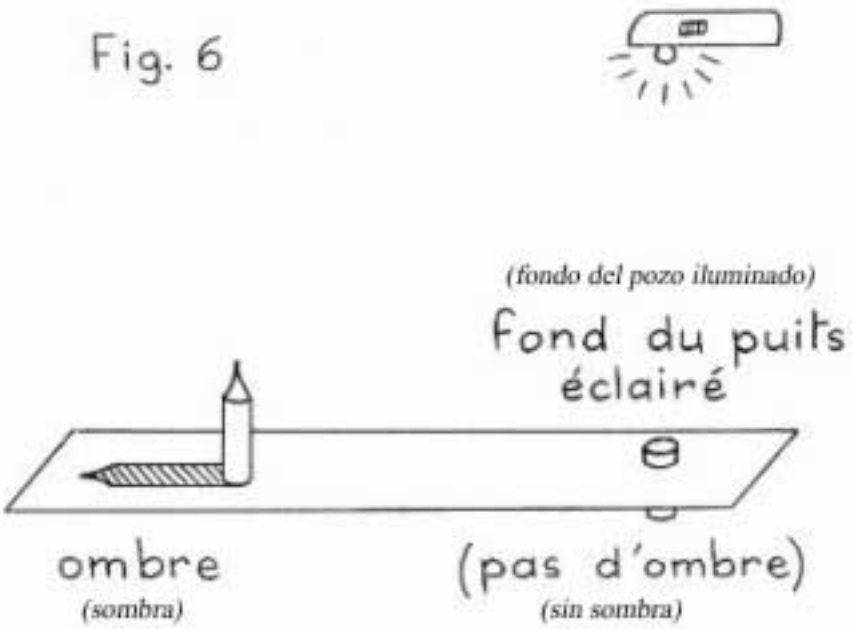
Para cada grupo de 3 a 5 alumnos
- una linterna, preferiblemente quitándole el reflector para mejorar la nitidez de las sombras,
- el mapa de Egipto y los dos "palos" (o un palo y el capuchón del bolígrafo).

Luego, para la experiencia que sigue:
- 3 tornillos de cabeza plana no muy pequeños,
- una hoja de papel cuadriculado.

Esta vez lo que haremos es reproducir las observaciones de Eratóstenes aunque utilizando una linterna en lugar del sol. Esta actividad puede servir también como lanzamiento del proyecto si el mal tiempo perdura. Como durante la primera sesión, los alumnos "plantarán" en la fotocopia acartonada del mapa de Egipto un palo o un lápiz en el sitio en que se encuentra cada una de las dos ciudades. También podrán emplear el capuchón de un bolígrafo para representar el pozo de Siena o cualquier otro objeto que ellos mismos sugieran (vuelva a ver la figura 1).

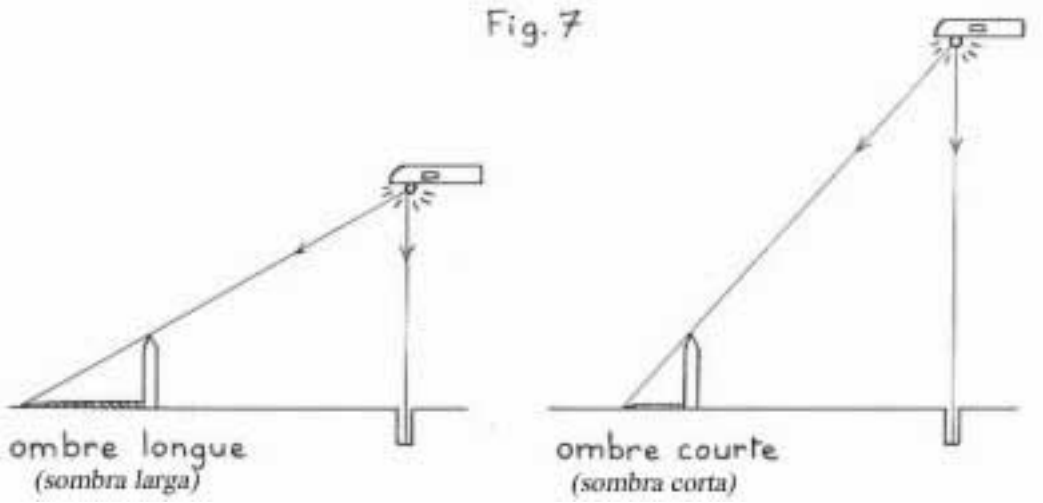
El objetivo es el siguiente: reproducir las observaciones de Eratóstenes, etapa tras etapa, empezando pues con el mapa en posición plana. Habrá que colocar la linterna de forma que ilumine el fondo del pozo o, si han puesto un "palo", de forma que no proyecte ninguna sombra en Siena. Es interesante comprobar que el pozo y el palo son equivalentes, colocando el bolígrafo en su capuchón cuando la linterna se encuentra en la posición adecuada. ¿Qué ocurre entonces durante esta primera etapa cuando el mapa es completamente plano?

Los alumnos observan que el palo vertical proyecta una sombra. ¡Exactamente igual que en el primer dibujo que habían hecho cuando los rayos del sol no eran paralelos! Quiere decir que esto no corresponde en absoluto a lo que han observado afuera, al sol, y supone entonces que los rayos de la linterna no son paralelos...



Nuevo objetivo: ¿Es posible colocar la linterna de tal forma que la sombra del bolígrafo disminuya o incluso desaparezca? Tras varios intentos fallidos, uno de los alumnos observa que, elevando la linterna con respecto al mapa pero manteniéndola bien por encima del capuchón en Siena, la sombra del bolígrafo disminuye en Alejandría y, en cambio, si se acerca la linterna, la sombra se alarga. "Y si levantamos la linterna hasta el techo, tal vez podríamos hacer que la sombra desaparezca por completo..." Los alumnos hacen la prueba de alejar la linterna del mapa, dentro de lo posible, y comprueban que la fuente de luz tiene que estar entonces sumamente lejos del mapa para que sus rayos lleguen de forma paralela. Esto es lo que sucede justamente con el sol pero habrá que asegurarse de ello posteriormente.

Esquematización de la simulación: Partiendo de esta experiencia y con la ayuda de un doble croquis, los alumnos mostrarán la relación que hay entre la longitud de la sombra y la altura de la fuente de luz. Para ello podrán utilizar una fotocopia preparada por el docente sobre la que tendrán que dibujar las dos linternas y los dos pares de rayos.



Para que los alumnos terminen de convencerse definitivamente del paralelismo de los rayos solares, puede concluir la secuencia con la actividad siguiente o recordársela si ya la han hecho.

Foto: Huguette Farges, Compiègne

Experiencia al aire libre: comprobación del paralelismo de los rayos solares que llegan a la superficie terrestre.

Los alumnos observarán, ante todo, que las líneas de un papel cuadriculado forman pasillos paralelos. Hay que comprobar, pues, que las sombras de los objetos dispuestos sobre la hoja siguen las líneas del papel y, por tanto, son igualmente paralelas. Esto supondrá que los rayos que forman estas sombras también son paralelos.

Pregúnteles a sus alumnos qué ocurrirá si, en lugar del sol, se utiliza una linterna. Los alumnos tratan de probar sus hipótesis: las sombras divergen pero se acercan a las líneas de la cuadrícula si se aleja la linterna. Conclusión: el sol está realmente muy lejos de la Tierra, tan lejos que sus rayos llegan hasta nosotros ¡perfectamente paralelos! Y está tan lejos que ni siquiera se lo puede dibujar en los croquis, si queremos representar sus rayos...

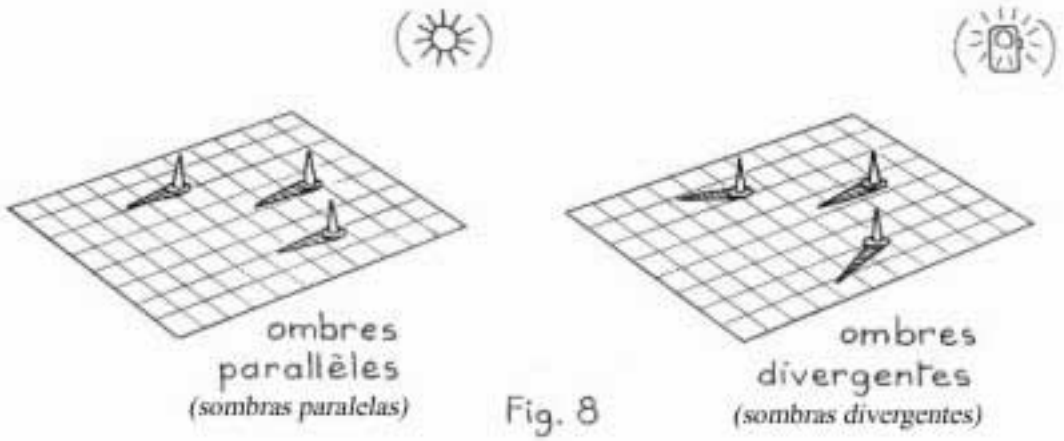


Fig. 8

Si lo desea, puede prolongar esta sesión con las actividades optativas sobre la noción de paralelismo.

Por último, no dude en volver a hacer la experiencia propuesta al inicio de esta secuencia, que hace que los alumnos reproduzcan tal cual las observaciones de Eratóstenes y permite concluir que la Tierra es curva. Con ello podrá asegurarse de que cada uno entendió bien la experiencia al sol.

Después podrá hacerles fabricar un gran afiche mural en el que explicarán las observaciones de Eratóstenes, representando las dos hipótesis sobre la forma de la Tierra y dibujando, ahora sí, rayos bien paralelos, para concluir de forma definitiva que la superficie terrestre es curva y no plana.

Observación: Durante esta secuencia, los alumnos podrán objetar que ya sabían que la Tierra era redonda. Es cierto, pero gracias a estas experiencias, aun cuando no han llegado a probar que la Tierra era redonda, han puesto de manifiesto por lo menos que su superficie es curva. Aproveche esta objeción para repasar rápidamente todas las pistas que, hace más de 2.000 años, permitían suponer que la Tierra era redonda: la desaparición progresiva del mástil de los barcos detrás del horizonte, la forma de la sombra de la Tierra proyectada en la Luna durante un eclipse de Luna, etc. Si algunos de sus alumnos ya han observado el cielo por la noche, puede hablarles de la cartografía del cielo y del hecho que algunas constelaciones (conjuntos de estrellas que forman una figura, como la Osa Mayor) no se pueden observar sino en un hemisferio a la vez. ¡El cielo estrellado cambia cuando nos movemos por la superficie terrestre! Por ejemplo, se puede ver fácilmente que la altura de la estrella polar por encima del horizonte disminuye cuando nos dirigimos hacia el sur y aumenta si vamos hacia el norte.

Complemento: Sería una pena no aprovechar esta secuencia para lanzar una búsqueda de documentación en enciclopedias, en la biblioteca o en Internet sobre este gran sabio que fue Eratóstenes, la Gran Biblioteca de Alejandría, Egipto y su historia tan apasionante, etc. ¡Hay temas de sobra!

Tareas optativas (Secuencia 1)

Experimentar la formación de las sombras

Nociones abordadas

La primera noción que abordaremos en el *Proyecto Eratóstenes* es evidentemente la de la propagación rectilínea de la luz, ya que ésta está íntimamente relacionada con la formación de las sombras. Luego nos interesamos también por las nociones de sombra proyectada, rayos divergentes y paralelismo, esta última en lo que se refiere a los rayos solares, porque fue gracias a esta particularidad que Eratóstenes pudo medir el meridiano terrestre. Por último, veremos la noción de correlación entre la evolución de una sombra (longitud y orientación) y el movimiento de la fuente de luz.

Si desea informarse acerca de las nociones abordadas en esta ficha, consulte nuestra ficha de "asistencia técnica".

Desarrollo de la secuencia

Esta secuencia consta de cuatro partes, cada una de las cuales es objeto de varias sesiones de trabajo, cuya duración es muy variable. Por tanto, podrá dividirlas o agruparlas según las circunstancias. Note que el tiempo que tendrá que dedicarle a que los alumnos registren por escrito sus experiencias en los cuadernos no está incluido.
(Señalemos asimismo que las actividades propuestas en las partes 2 y 4 se inspiran del libro *"L'Astronomie est un jeu d'enfant"*, Ed. Le Pommier/Fayard).

Sumario de la secuencia

1) Tarea sobre la propagación rectilínea de la luz
2) Tarea sobre las sombras y sus relaciones con la fuente de luz
3) Noción de rayos divergentes y rayos paralelos
4) Observación de la evolución de las sombras a lo largo del día

1) Tarea sobre la propagación rectilínea de la luz

Duración: una sesión de una hora o dos sesiones de 40 min, según el nivel de los alumnos.

Lugar: por un lado, un aula parcialmente soleada, y por otro lado, un aula que se pueda oscurecer.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos
- dos espejitos,
- una linterna,
- un lápiz negro,
- una hoja de papel blanco.

Preparar para más tarde un proyector de diapositivas y un trapo con polvo de tiza.

Preguntas orales preliminares

En general, los alumnos no se preguntan cómo se propaga la luz, ya sea la del sol o la de una lámpara eléctrica, por ejemplo, una lámpara de techo. Intuyen que la luz se difunde alrededor de la fuente difusora en todas direcciones, puesto que "están inmersos" en ella, y eso les basta. En cambio, reconocen que con una linterna es distinto, a causa del reflector *"que dirige la luz únicamente hacia el objeto que queremos iluminar"*. Entonces, dicen que la luz *"sale derecho"* hacia el objeto del que se trata. Por otra parte, si se les pregunta si es posible dirigir *"derecho"* la luz del sol hacia algún sitio, algunos pensarán seguramente en el juego de los espejitos: *"¡así se puede dirigir la luz del sol hacia los ojos de un compañero!"*

Dibujos previos a las experiencias

Propóngales a los alumnos que demuestren con dibujos lo que acaban de decir.
Algunos pensarán tal vez en representar los rayos luminosos (rectilíneos o no, con flechas o no).
Pregúnteles si ven realmente esa parte de su dibujo y luego decidan juntos que, si eso ayuda, se los puede representar pero que, como no se ven, los dibujarán en líneas de puntos.
Luego adopte siempre esta misma representación.
Si casi todos los alumnos representan los rayos de forma rectilínea, pregúnteles si están seguros de ello. Si las opiniones divergen, hay que tratar de saber quién tiene razón. Esto introduce la problemática del párrafo siguiente.

Experimentación

Una primera experimentación bastante breve puede llevarse a cabo en grupos por turnos: por un lado, en una parte soleada del aula de clase, con los espejitos, los alumnos "dirigen el sol" hacia una parte en sombras, una pared o el techo, y observan el desplazamiento de la mancha de luz en función de la orientación del espejo; por otro lado, en un aula oscurecida, los alumnos observan la posición de los objetos que iluminan con su linterna en relación con ésta, evaluando al mismo tiempo la forma y dimensión de la zona iluminada. Asimismo, podrán experimentar la "redirección" de la luz de la linterna con un espejito.

Los relatores de cada grupo confirmarán seguramente que la luz tiene algo que ver con trayectorias rectilíneas, ¿pero cómo se puede comprobar eso, por ejemplo, con las linternas?

Segunda experimentación: los alumnos que tienen alguna idea se ocupan de ponerla en práctica tras haber juntado el material necesario. Propóngales a los demás una hoja de papel blanco que mantendrán contra la pared, en un sitio iluminado por una linterna, de forma que el pequeño "círculo" central muy luminoso, cuyo contorno trazaremos con lápiz en la hoja, se encuentre en el centro de ésta (figura 1). Luego habrá que acercar lentamente la hoja hacia la linterna, que permanecerá inmóvil, manteniendo el circulito de luz en la trayectoria. Los alumnos observarán que esto se logra con un movimiento rectilíneo hacia la fuente de luz.

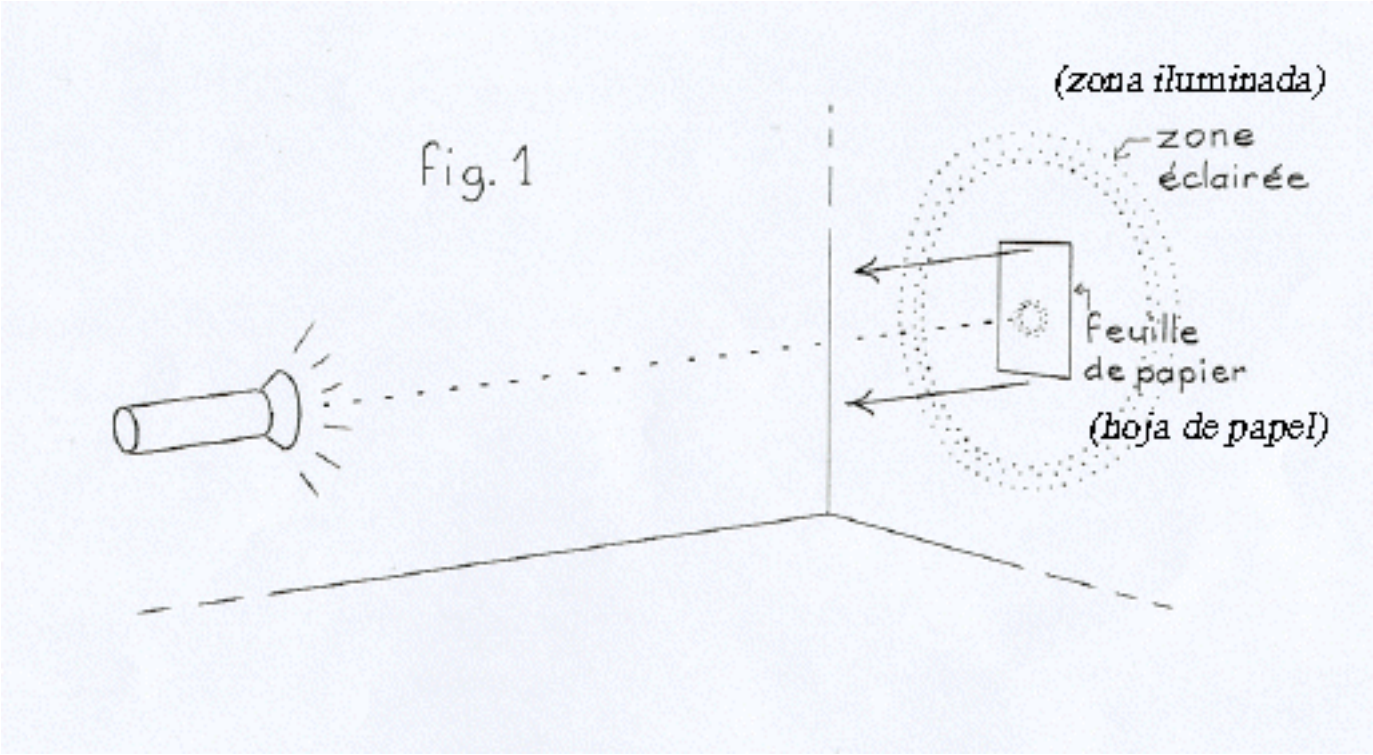


Foto Huguette Farges (Compiègne)

Dibujos posteriores a la experimentación

Los alumnos volverán a hacer unos dibujos, que seguramente serán más completos y exactos que los primeros. Tendrán que ir acompañados de una breve leyenda explicativa.

Para profundizar

Los alumnos habrán constatado que los rayos de luz que salen de las linternas no se ven; hace falta que un objeto se interponga en la trayectoria y "corte" los rayos para que el ojo vea el objeto iluminado; este es el que envía la luz hacia nuestro ojo (lo ideal sería volver a hacer la experiencia en un local muy amplio y en la oscuridad absoluta). Aliente a los alumnos a que recuerden en qué momento han podido percibir uno o varios haces de luz (rayos de luz pasando por la rendija de una persiana en una pieza con finas partículas de polvo en suspensión, rayos de sol a través de las hojas de un árbol con tiempo brumoso, luces de un coche en la neblina, humo de cigarrillo delante del haz de luz de un proyector, etc.). Hágales notar que en cada oportunidad había finas partículas. Éstas reciben la luz de la fuente luminosa y la redirigen hacia todas partes, como la Luna. Se dice que las particulas difunden la luz. Esto puede demostrarse en un sitio muy oscuro, produciendo, por ejemplo, una pequeña nube de polvo de tiza sacudiendo un trapo por encima del haz de luz de un proyector de diapositivias.

---

2) Tarea sobre las sombras y sus relaciones con la fuente de luz

Duración: varios momentos de observación fuera del aula, en función del tiempo; una sesión de 20 min para trazar sombras al aire libre; otra sesión para simulaciones en el aula.

Lugar: un sitio soleado con suelo de asfalto y un sitio que se pueda oscurecer.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos

- una tiza,
- un centímetro de costura o una cinta métrica,
- una linterna,
- un lápiz u otro objeto de forma alargada,
- plastilina,
- una hoja blanca,
- un lápiz,
- papel milimetrado y una calculadora.

Preguntas orales preliminares

Después de haberlo expresado mediante el dibujo de "un palo al sol" (en el test previo), los alumnos dicen lo que saben sobre las sombras en general y la manera en que se forman. Luego, propóngales que se dibujen a sí mismos "al sol", junto a un árbol o una casa, según su propia opinión sobre lo que acaban de decir.

Comparación de los dibujos

Durante el test previo, los alumnos hicieron dibujos en los que necesariamente habrá diferencias.

Reproduzca aquellos que presenten características contradictorias y pídales que, en grupos, piensen en los errores que tienen.
La observación del párrafo siguiente es más problemática.

Observaciones

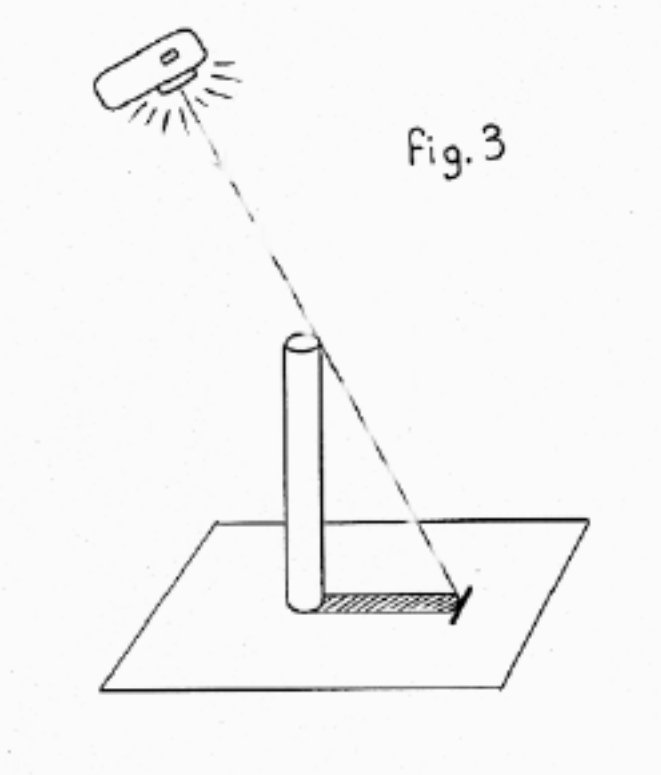
Estas observaciones se efectúan con sol y también cuando el cielo está menos despejado, para poder darse cuenta de que las sombras pueden ser más o menos nítidas o contrastadas y que por supuesto pueden desaparecer en cuanto una nube pasa por delante del sol. Habrá que establecer la relación entre la forma de las sombras y la forma de los propios objetos, según la cara expuesta al sol (frente, perfil, tres cuartos, parte superior, etc.).

Experiencias

Los alumnos van a descubrir que la sombra, en realidad, no se limita a las dos dimensiones que se le atribuye generalmente. Pasando su mano por detrás de un objeto puesto al sol, o mejor aún, detrás de un compañero, observarán que su mano se oscurece y esto, sea cual fuera la distancia entre el alumno que hace las veces de objeto y la pantalla sobre la que se proyecta su sombra (la pared o el suelo). Así se darán cuenta de que la sombra tiene, de hecho, tres dimensiones aunque no tenga consistencia propia. Es una región del espacio a la que la luz que procede del sol no llega. Cuando un objeto se interpone entre una fuente de luz y una pantalla, se ve en la pantalla una "sombra" que llamamos sombra proyectada. Como en todas las actividades siguientes se tratará siempre de este tipo de sombra, ya no hará falta volver a precisar esta noción.

Interpretación de trazados de sombras

Habrá alumnos que constatarán que su sombra no tiene el mismo *"tamaño"* que ellos mismos. ¿Cómo podemos comprobarlo? Haciendo comparaciones para las que usaremos las medidas de unos trazados. Los alumnos se ponen de a dos; mientras uno se coloca frente al sol, el otro traza el controno de su sombra con la tiza en un suelo asfaltado, contorno que abarcará los pies ya que "caminamos" sobre nuestra sombra. ¿Cómo comprobar ahora si los trazados son de tamaño igual, superior o inferior a la estatura de los alumnos? Cada pareja elige la forma de comprobarlo y la lleva a la práctica (¡la forma más sencilla es acostarse encima de su propia sombra dibujada en el suelo!).



Experimentación con una linterna

La tarea que acabamos de realizar habrá permitido que los alumnos se pregunten por qué hay una diferencia entre su estatura y la longitud de su sombra, y habrán llegado a la conclusión de que la altura del sol con respecto al horizonte tiene algo que ver. Para poder entender lo que ocurre, harán simulaciones en pequeños grupos, con una linterna y un objeto cualquiera (un lápiz plantado en una bola de plastilina es perfecto). Enseguida verán que hay una relación entre la altura de la linterna y la longitud de la sombra del objeto.

Pero puede ser que algún diablillo descubra algo que contradiga este hecho. Y desafiará a sus compañeros a que encuentren la forma de bajar o subir la linterna sin que la sombra original cambie de tamaño (trace una marca en la hoja de papel que sirve como soporte para el objeto). La figura 3 muestra que el ángulo que forman el haz de luz y la hoja soporte tiene que ser constante, es decir que se tiene que bajar la linterna en un movimiento rectilíneo hacia la parte superior del objeto (lo más sencillo es evidentemente que el ángulo sea igual a 90°, en cuyo caso, mientras desciende, la linterna permanece siempre en sentido vertical con respecto al objeto cuya sombra "desaparece", ¡como en la historia de Eratóstenes!

Y es muy probable que otros alumnos descubran que, cuando se desplaza la linterna lateralmente, pasa lo mismo con la sombra *"¡pero al revés!"*. Ya van a volver a encontrarse con este fenómeno un poco más tarde.

Dibujos con leyendas

Los alumnos consignarán sus observaciones relacionadas con esta parte de la experiencia por medio de croquis acompañados de leyendas. También les puede pedir que reproduzcan a escala de 1/10, en papel milimetrado, un personaje visto de perfil que tenga su estatura, con su sombra delante de él, o sea, que aparezca a la izquierda o a la derecha como en la figura 3, cuya longitud tendrá que coincidir con lo que ellos mismos han medido; así tendrán que pensar en cómo colocar el sol lo más exactamente posible. Algunos pensarán en trazar el rayo solar oblicuo pasando por la parte superior de la cabeza y llegando hasta el extremo de la sombra, y lo prolongarán hacia arriba para ubicar el sol.
Nota: Si los alumnos representan los rayos, tendrán que hacerlo con líneas de puntos.

Para profundizar

Es posible que los alumnos se pregunten por qué el contorno de las sombras aparecen más o menos borrosos. Por medio de experiencias muy sencillas, pueden descubrir que los contornos borrosos es lo que se denomina penumbra y que su formación está relacionada con la dimensión, puntual o no, de la fuente de luz. No detallaremos aquí esas experiencias porque este fenómeno no interesa —o muy poco— dentro del proyecto Eratóstenes. Los docentes interesados podrán referirse a las fichas del proyecto *Eclipses* del sitio, secuencias introducción al eclipse de Luna y hacer que aparezca la penumbra.

Evaluación intermedia

Se puede programar una evaluación intermedia, con fines puramente educativos, para ver si a estas alturas

los alumnos ya han adquirido las nociones que habrán de poner en práctica más tarde.

El docente puede proporcionarles un dibujo muy sencillo.
1. Un corte en el que se ve una calzada con sus dos aceras y en una de ellas un poste eléctrico (¡NO DIBUJE EL SOL!). Pregunta: Coloca el sol de forma que la sombra del poste llegue hasta la acera opuesta.

---

3) Noción de rayos divergentes y rayos paralelos

Duración: 15 min aproximadamente para la simulación; 20 min para la experimentación y las medidas fuera del aula.

Lugar: un local que se pueda oscurecer y un sitio soleado al aire libre.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos
- una linterna,
- tres o cuatro lápices,
- plastilina,
- una hoja grande de papel,
- una regla graduada,
- hilo delgado,
- papel de calcar.

Simulación

Exponga la situación diciendo: "colocaremos varios lápices verticalmente y en línea recta sobre la mesa y los iluminaremos por detrás con una linterna". Luego pídales a los alumnos que se imaginen qué ocurrirá cuando se encienda la linterna (no distribuya todavía las linternas).

Nota: Gracias a este momento de anticipación, Usted podrá evaluar qué han interiorizado los alumnos en cuanto a la propagación rectilínea y ellos, por su parte, tomarán conciencia de su propia forma de razonar. Si, después de comprobarlo, sucede que la previsión de los alumnos era falsa, éstos entenderán quizás mejor el motivo de su error.

Distribuya ahora las linternas entre los grupos de alumnos. Esta vez, con su linterna, los alumnos iluminarán varios lápices colocados como en la figura 4 sobre una gran hoja de papel. Los alumnos observan lo que ocurre. Aquellos cuyos lápices se encuentran relativamente bien alineados y algo separados entre sí verán enseguida que, iluminándolos por detrás, las sombras *"se separan hacia la punta"*, y que cuanto más se acerca la linterna de los lápices más se separan las sombras (figura 4a).

Notarán igualmente que alejando la linterna, las sombras *"se enderezan"* aunque *"no lo logran del todo, porque la linterna no es suficientemente potente y porque no hay suficiente lugar como para retroceder todo lo necesario"*. Pregúnteles qué fuente de luz podría ser lo suficientemente potente y alejada como para comprobar si las sombras pueden *"enderezarse totalmente"*. ¡Alguno terminará pensando en el sol!

Nota: *Es posible, aunque no seguro, que los alumnos observen que, alejando la linterna, las sombras se enderezan. Por otra parte, puede preguntarles a los alumnos si se pueden producir sombras paralelas. Aquí también es interesante prever una fase de anticipación, antes de pasar a la experimentación (piense en quitarles momentáneamente a los alumnos las linternas...).*
Si la idea del sol aparece, mejor, pero no la valide. Guárdela como hipótesis. "Algunos de vosotros piensan que con el sol obtendríamos sombras paralelas; ¿qué creéis los demás?" Si la idea del sol no aparece, pregunte: "¿cómo creéis que serán las sombras con el sol? Esta pregunta servirá de introducción para la experiencia siguiente.

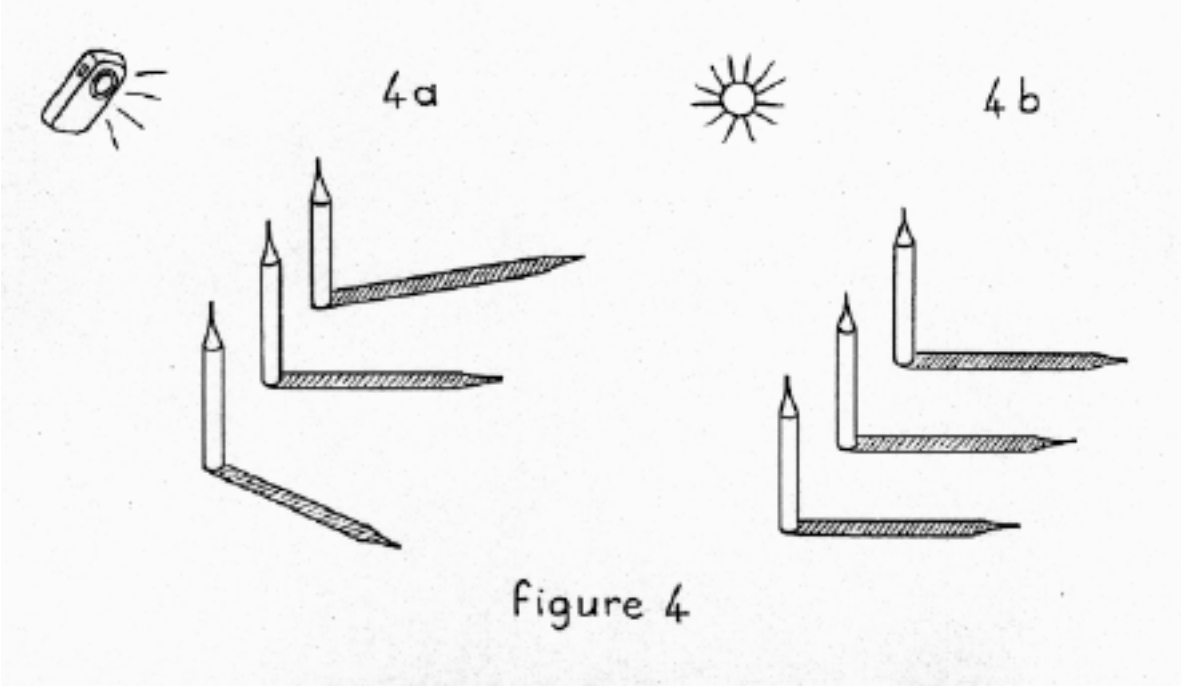


Figure 4

Experiencia al aire libre

Los alumnos instalan ahora los lápices al sol. Mientras los objetos estén casi paralelos entre sí (aunque no necesariamente verticales) y mientras el suelo sea plano en ese sitio (aunque no necesariamente horizontal), los alumnos observarán que las sombras parecen haberse *"enderezado por completo"* (figura 4b). Quienes han contestado correctamente a la pregunta n° 4 del cuestionario (test previo) tal vez recuerden la palabra empleada: paralelo. ¿Cómo hacer para comprobar ese paralelismo? Algunos sugerirán que se puede medir la separación que existe entre las sombras a la altura de la base y de la punta, *"pero esto es valido solamente si los lápices tienen todos la misma altura"*. Trataremos, pues, de conseguir que los objetos cumplan con este requisito lo mejor posible y que mantengan un paralelismo perfecto entre sí. Haremos la instalación en una gran hoja de papel en la que trazaremos cuidadosamente la sombra de los lápices para que, de vuelta al aula, pasemos a las medidas.

Medidas e interpretaciones

Una vez realizadas y comparadas las medidas, y admitiendo diferencias que no excedan el medio centímetro en más o en menos, los alumnos concluirán que el paralelismo de las sombras es probable. Antes de estar en condiciones de deducir el paralelismo de los rayos solares, tendrán que hacer, no obstante, algunas observaciones extras en dos simulaciones más, primero con una linterna y luego al sol.

Nuevas observaciones

En primer lugar, ¿cómo ver por qué las sombras divergen con una linterna? Si recuerdan los croquis realizados en el papel milimetrado, a algunos alumnos se les ocurrirá que se puede materializar con hilo el trayecto de los rayos de luz que salen de la linterna, pasan por la punta de cada lápiz y llegan al extremo de la sombra (desde el punto de vista práctico, habrá que encontrar la forma de reducir al mínimo las sombras parásito que crea el hilo en el cristal de la linterna y en el extremo de las sombras). Los alumnos observarán que *"las sombras se separan porque los hilos se separan también"* (figura 5a).

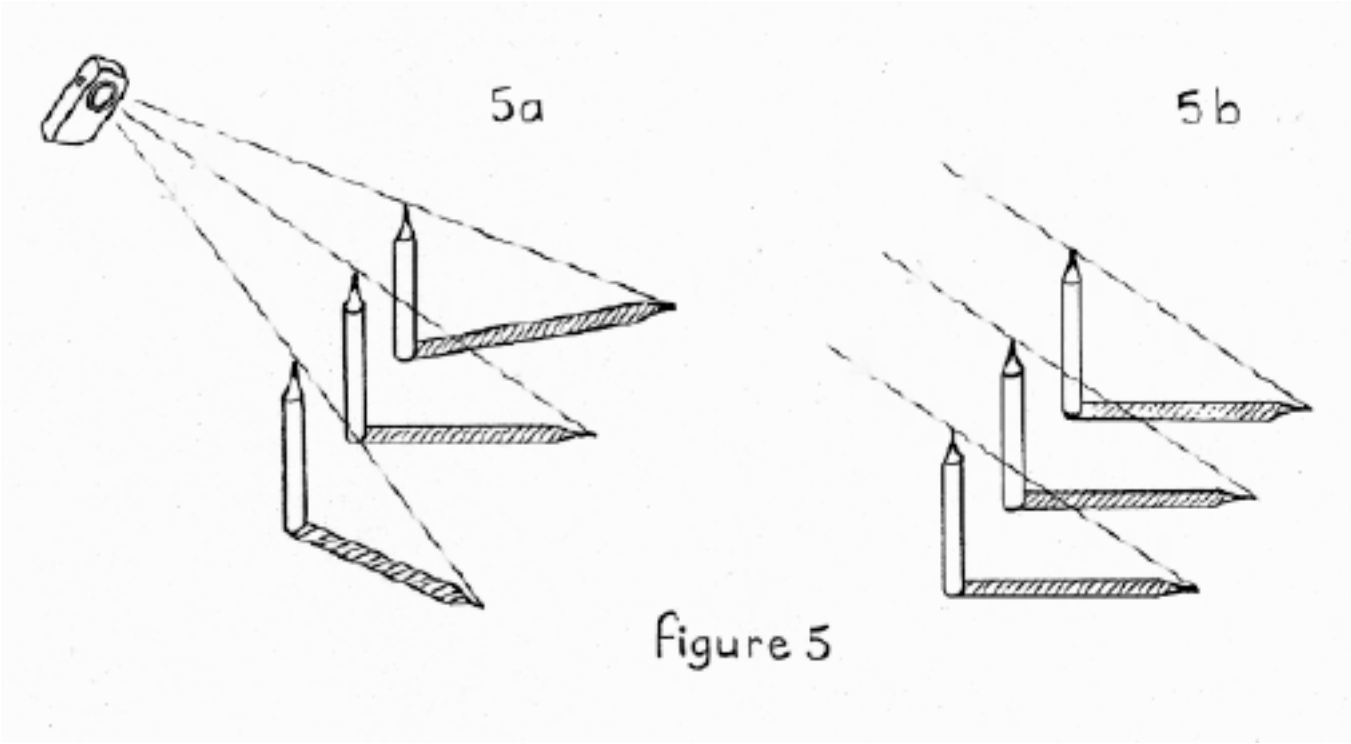


Figure 5

Y habrá algún despierto que diga seguramente que entonces *"¡con el sol, los hilos tendrían que ser paralelos!"* (figura 5b). Por supuesto, irán por sí solos a comprobarlo en el lugar y deducirán que los rayos solares tienen que ser paralelos.

Registro en el cuaderno de experiencias

Los alumnos ilustrarán sus recientes descubrimientos por medio de dibujos y leyendas apropiadas.

Para profundizar

Propóngales a sus alumnos que traten de trazar rectas lo más paralelas posible, a simple vista, y que comprueben luego el paralelismo de distintas maneras, entre ellas, las siguientes:
Que los alumnos reproduzcan en papel de calcar una malla de rectas realmente paralelas, con la ayuda de las líneas de las hojas que utilizan normalmente para escribir (una hoja de papel cuadriculado es una buena

solución). A continuación, colocar esta malla de rectas paralelas por encima de las rectas supuestamente paralelas, haciendo que coincida una de ellas con una de la malla. Así se puede comprobar el paralelismo de todas las demás (figura 6a).

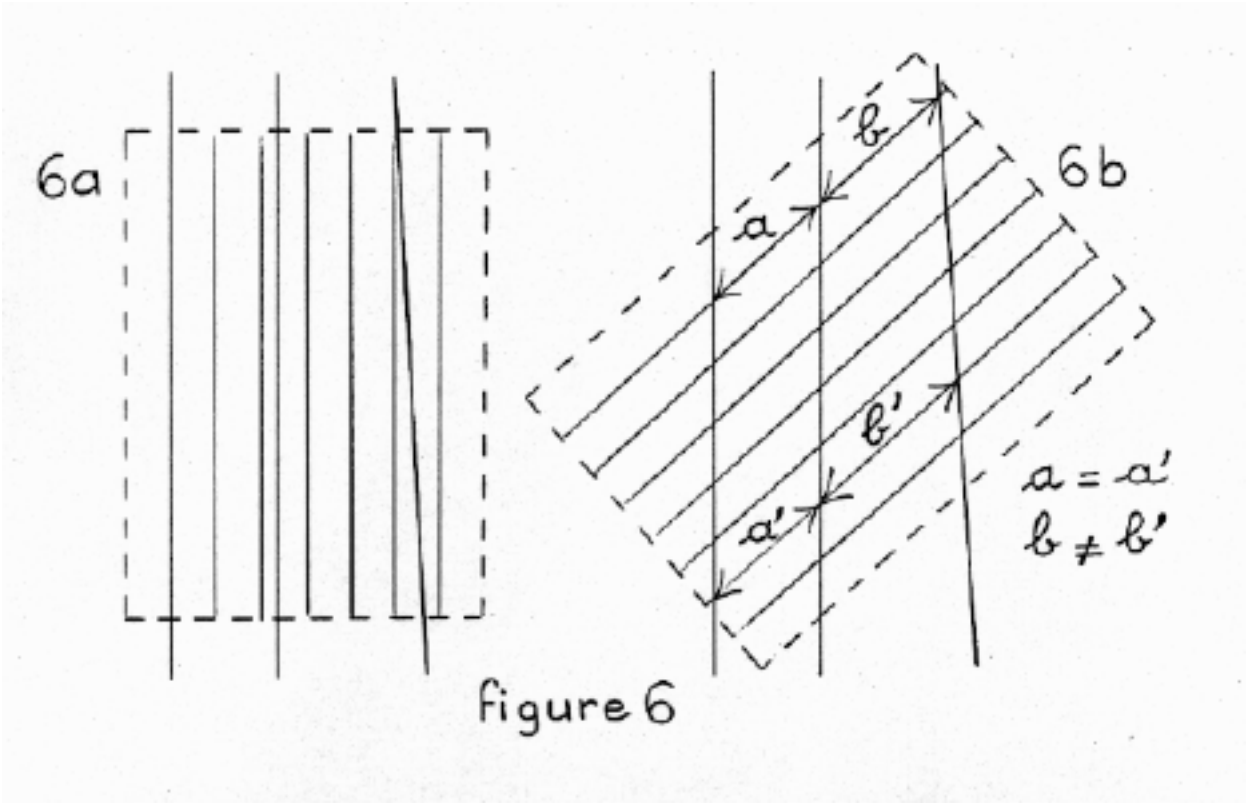


figure 6

Volviendo a colocar la malla sobre las rectas que se quiere comprobar, pero esta vez de cualquier forma, y midiendo para cada una de ellas dos segmentos (vea la figura 6b), comparar los resultados.
Por otra parte, los alumnos podrán ver que es fácil trazar paralelas oblicuas en papel cuadriculado.

---

4) Observación de la evolución de las sombras a lo largo del día

Duración: varios momentos de observación y trazado bastante breves pero repetidos varias veces al día y una sesión de simulación de 30 a 45 min.

Lugar: un sitio soleado durante todo el día y con suelo de asfalto; un local que se pueda oscurecer.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos

- un objeto de 10 a 15 cm de longitud que pueda mantenerse de pie o sobre una base de plastilina,
- tizas,
- una hoja grande de palpel de calcar,
- un rotulador,
- una linterna,
- una hoja grande de papel blanco.

Preguntas orales preliminares

Si se les pregunta a los alumnos qué cambios sufren las sombras a lo largo del día, contestarán de forma unánime que éstas se alargan hacia la noche *"ya que el sol va a estar cada vez más bajo"*. Y deducen que por la mañana han de ser muy largas, *"ya que el sol está saliendo"*. En cuanto al resto del día, los alumnos creen que las sombras se van acortando hasta la hora de *"ir a comer, porque el sol está en lo más alto del cielo"* y que después se van alargando. Ahora bien, si les pedimos que se dibujen en esos distintos momentos del día, generalmente se limitan a reflejar las variaciones de longitud de su sombra, con el sol detrás de ellos a distintas alturas, sin traducir en absoluto el desplazamiento del astro y, por tanto, de las sombras.

Observaciones

Para investigar más el tema, los alumnos van a observar la sombra de elementos situados al aire libre, al sol, una vez por la mañana, otra vez alrededor del mediodía y dos veces más por la tarde. Si bien los cambios en la longitud de las sombras que habían previsto resultan ciertos en líneas generales, el hecho que las sombras cambien asimismo de dirección los sorprenderá, aunque enseguida entiendan por qué: *"¡Es porque el sol cambia de lugar en el cielo!"*

Trazado de sombras

¿Cómo podemos entonces determinar con exactitud la trayectoria de las sombras a lo largo del día y registrarla? ¡Pues dibujando la sombra de un mismo objeto en distintos momentos del día! En grupos pequeños, los alumnos elegirán un objeto cualquiera, que no supere unos 20 cm de altura, y lo apoyarán en el suelo, en un sitio que permanezca soleado durante todo el día. Si el objeto no puede mantenerse solo en su sitio, dibujarán el contorno de su base con una tiza para poder volver a colocarlo más tarde exactamente en el mismo lugar y con la misma orientación.

Aproximadamente cada hora, por turnos, un miembro de cada equipo irá a trazar la sombra. Al final del día, todos los alumnos volverán al lugar para constatar que las sombras han "girado" alrededor de la base de los objetos, cambiando simultáneamente de longitud. Pídales a algunos ellos que calquen, en hojas grandes de papel de calcar, la serie de trazados de su grupo para usarla en otra oportunidad.

Importante: Después de que se hayan ido los alumnos, determine discretamente, con la ayuda de una brújula, la dirección norte/sur en una de las series de sombras trazadas en el suelo y luego haga lo mismo en el calco correspondiente. En las secuencias siguientes verá para qué.

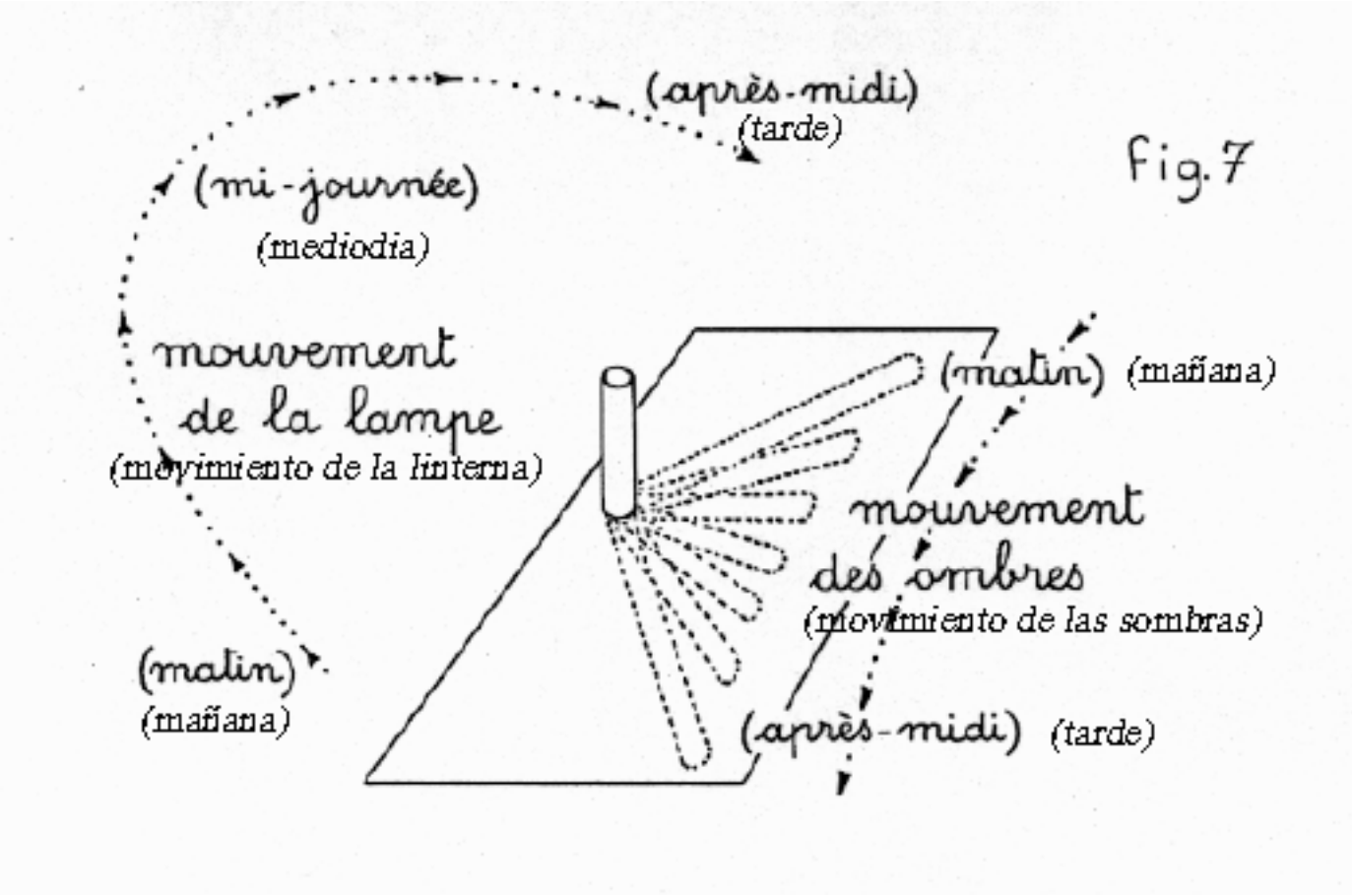
Dibujos con leyendas

Los alumnos intentarán reflejar lo mejor posible el fenómeno observado. Algunos tendrán la idea de

dibujar tantos soles como sombras, tratando de situarlos en la posición opuesta. Y lo harán trazando rayos que pasen por la punta del objeto y lleguen al extremo de la sombra, con lo cual habrán probado que han entendido bien el mecanismo.

Simulación

Ahora trataremos de reproducir el fenómeno observado en sus dos aspectos: variación de la longitud de las sombras y conjuntamente rotación de estas mismas sombras. En un lugar oscurecido, se instalarán los objetos empleados anteriormente para trazar las sombras sobre una gran hoja de papel blanco. En cada grupo, se intentará encontrar el movimiento de la linterna que simule de forma acelerada el movimiento aparente del sol. De esta forma lograremos reproducir el movimiento de la sombra del objeto y a la vez la evolución de su longitud. Algunos alumnos recordarán el efecto que producía el desplazamiento lateral de la linterna detrás de un objeto y encontrarán la forma de incurvar dicho desplazamiento para conseguir el efecto deseado (figura 7).



Seguidamente, colocando el objeto sobre la hoja de papel de calcar en la que se reprodujo antes el trazado de las sombras a lo largo del día, un alumno trasotro intentarán hacer coincidir la sombra del objeto sucesivamente con cada trazado. Primero lo harán de forma discontinuada, ensayando hasta encontrar la posición correcta, y después de forma continuada, lo cual exige una buena coordinación entre el gesto y la mirada. Algunos lo logran bastante bien, ¡y hasta se enorgullecen de haber podido imitar *"al verdadero sol"!*

La etapa siguiente consistirá en establecer con más precisión el movimiento aparente del sol.

Secuencia 1

Asistencia técnica para la secuencia 1

¡Fiat lux!

Todas las secuencias, y la primera particularmente, ponen en juego un conjunto de nociones asociadas a los distintos fenómenos luminosos (propagación de la luz, reflexión, difusión y refracción de los rayos, formación de las sombras y paralelismo de los rayos de luz, etc.). No explicaremos aquí la naturaleza de la luz en sí pero le aconsejamos que lea atentamente los párrafos siguientes para evitar algunas trampas que se puedan presentar.

Percepción de la luz

A la inversa de lo que creen muchos niños, vemos los objetos porque hay que rayos de luz que han salido de la superficie de esos objetos y han llegado hasta el fondo de nuestros ojos, ¡y no al revés! A ellos les cuesta imaginar que un objeto que no sea una lámpara o el sol pueda por sí solo "emitir" luz.

Para entender esto, hay que distinguir dos tipos de fuentes de luz: las que producen la luz (vela, filamento de una lámpara eléctrica, sol) y las que reflejan la luz recibida (todos los objetos y seres vivos que nos rodean y que podemos ver). Esto significa que sólo podemos ver un objeto corriente que no produce luz si está iluminado y si los rayos que refleja llegan hasta nosotros. Si le interesan los mecanismos de la visión, puede consultar la ficha que describe la estructura del ojo.

Propagación de la luz

Para entender cómo se propaga la luz, hay que conocer bien el medio que atraviesa (vacío, aire, líquido o cubo de vidrio, etc.). El caso más simple es el de un medio homogéneo, es decir, un medio cuyas propiedades (temperatura, presión, composición) son idénticas en cada punto. En un medio con esta características, la luz se propaga en línea recta, siempre que no choque contra algún obstáculo, es decir, siempre que pueda seguir el camino correspondiente al tiempo de recorrido más corto.

Si el medio no es homogéneo (por ejemplo, si hay grandes diferencias de temperatura de un extremo al otro del medio), el camino más corto (en lo que se refiere al tiempo de recorrido) no es la línea recta sino una trayectoria más o menos curva. Esto explica, por ejemplo, la formación de los espejismos. Asimismo, cuando un rayo de luz pasa de un medio a otro (del aire al agua, por ejemplo), se desvía. Podemos darnos cuenta de ello fácilmente sumergiendo un palo en un estanque de agua; el palo parece "quebrado" porque los rayos que nos llegan desde su parte sumergida se han desviado repentinamente al pasar al aire y hasta llegar al fondo de nuestros ojos. Esta experiencia tan sencilla inspiró al físico Descartes sus célebres leyes sobre la reflexión y la refracción (paso de un medio a otro).

Cabe distinguir, además, los medios transparentes (aire, vidrio), que dejan pasar por lo menos parte de la luz, y los medios opacos (un trozo de madera o metal), que no la dejan pasar.

Choque contra un obstáculo y formación de las sombras

Difusión de la luz

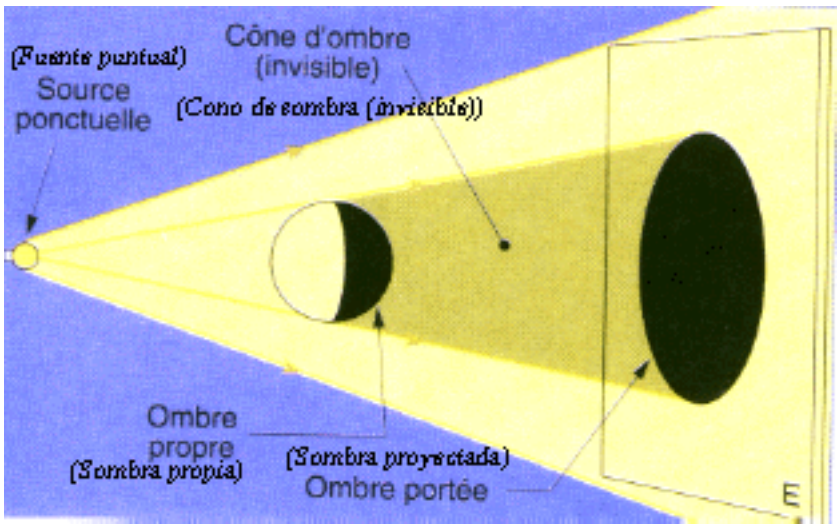
Cuando un haz de luz choca contra un objeto opaco, la superficie de éste lo refleja parcialmente. Tomemos el caso de un espejo, colocado en una inmensa pieza totalmente oscura e iluminado por medio de una linterna. El haz que choca contra el espejo parece reflejado en una sola dirección que depende de la inclinación del espejo con respecto al haz de luz (basta con hacer girar el espejo para darse cuenta). Vemos así la aplicación simple de una de las leyes de Descartes.

Veamos más de cerca qué sucede. La superficie del espejo no es perfectamente plana sino que está formada por un conjunto de facetas, cada una de las cuales refleja la luz. En general, si el espejo está bien pulido, casi todas las facetas están orientadas en la misma dirección, aunque algunas de ellas están inclinadas de forma aleatoria y reflejan la luz en otras direcciones. En efecto, podemos ver el espejo desde cualquier punto de la pieza (siempre y cuando nos quedemos del lado de la superficie plateada) y esta es la prueba de que los haces de luz que llegan desde su superficie han sido reflejados en todas direcciones, aunque no sean los más numerosos.

Este fenómeno se denomina **difusión.** Cuando un haz de luz incide sobre un punto de un objeto (opaco o transparente), este punto se convierte a su vez en una fuente de luz y refleja haces de luz en todas direcciones, lo que hace que podamos verlo desde cualquier sitio situado del lado de la fuente de luz. Veamos ahora lo que sucede del otro lado de nuestro objeto opaco.

Formación de las sombras

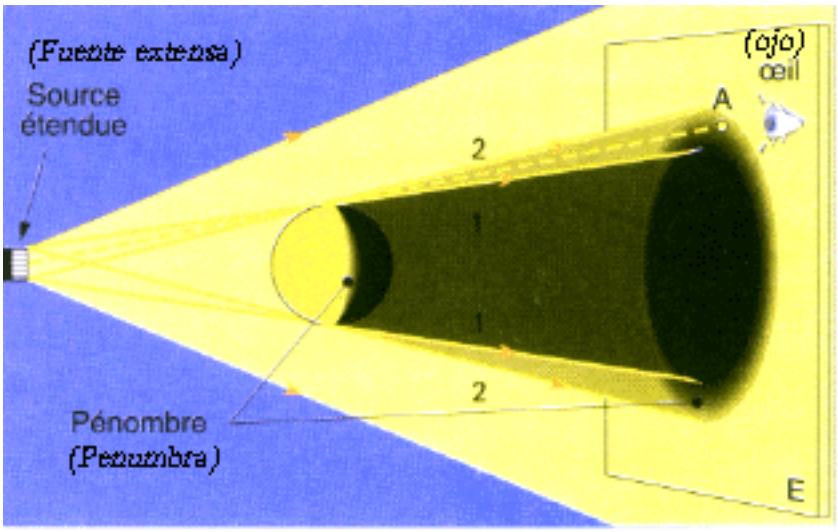
Hagamos la experiencia siguiente: iluminamos una pelota de tenis con una fuente de luz llamada **puntual**. Una fuente perfectamente puntual no existe en la naturaleza; por eso utilizamos una simple bombilla de linterna. El filamento de la bombilla es muy fino y muy pequeño, y podemos considerar que esta fuente de luz es puntual.



Si nos ponemos detrás de la pelota, en la zona en que la luz que sale de la bombilla no llega, no vemos la bombilla. Toda esta zona situada detrás de la pelota se denomina zona de sombra o **sombra propia.** La pelota impide que la luz que sale de la bombilla llegue hasta allí. En la pantalla vemos una mancha oscura que es lo que llamamos la **sombra proyectada** de la pelota. Entre la pelota y la pantalla, hay una zona del espacio en la que no penetran los rayos de luz procedentes de la bombilla. En nuestro caso, como la forma de la pelota es redonda, este volumen de espacio tiene una forma particular: es un **cono de sombra.**

Cuando la fuente de luz es **extensa,** lo que ocurre casi siempre (el sol, los faroles, etc.), en la pantalla aparece una zona intermedia entre la zona iluminada y la zona de sombra: la penumbra. El ojo no puede

distinguir el límite que separa la sombra de la penumbra. Si nos ponemos en la zona de penumbra y miramos hacia la fuente de luz, vemos una parte de la fuente extensa (¡haga la prueba!).



Para representar gráficamente las zonas de sombra y penumbra, basta con trazar unas rectas entre los puntos extremos de la bombilla y los puntos del objeto (vea la figura). Ninguna recta que salga de algún punto de la bombilla puede llegar a la zona de sombra, ya que entre ambas se encuentra el objeto. De igual forma, únicamente podremos ver un objeto iluminado si hay una recta que va del objeto a nuestro ojo, sin chochar contra ningún obstáculo. Póngase debajo de una mesa y no podrá ver los objetos que se encuentran sobre ella. En cambio, algunos rayos procedentes de la fuente llegan hasta la zona de penumbra. Si el ojo (receptor) se encuentra en el cono de sombra, no ve la fuente de luz.

Podemos sustituir la bombilla de nuestra experiencia por el sol y la pelota de tenis por la Tierra, e introducir un tercer actor, la Luna. Si la Tierra entra en el cono de sombra de la Luna o viceversa, el resultado es un fenómeno bien conocido: los eclipses.

Además, el tamaño y la orientación de una sombra pueden darnos cierta información sobre la posición de la fuente de luz. Así es como la sombra de un gnomon señala con precisión la trayectoria regular del Sol durante el día. Este es el concepto en que descansa la fabricación de los cuadrantes solares.

Trampas a evitar

La aserción "la sombra es la zona que no recibe luz" es generalmente incorrecta porque es inexacta: en la mayoría de casos, siempre hay una superficie (una pared, el suelo, otros objetos cercanos, etc.) que refleja parte de la luz hacia el objeto observado. Así, nuestro objeto posee sombras múltiples aun cuando no se las vea fácilmente. En cambio, si consideramos una pieza negra infinita sin paredes, con lo cual nos aseguramos de que la oscuridad es perfecta, e iluminamos un palo con una lámpara, la sombra del palo no recibirá luz.
Por consiguiente, en la vida cotidiana, la zona de sombra creada por la fuente primaria no es necesariamente una zona de ausencia de luz. Es más exacto hablar de la región desde la cual no se puede ver la fuente de luz porque está totalmente tapada por el objeto. La penumbra corresponde, pues, a la zona desde la cual sólo se ve parte de la fuente extensa ocultada por el objeto.

Paralelismo y divergencia

Un punto esencial de la experiencia de Eratóstenes es el paralelismo de los rayos solares. ¿Cómo entender este concepto fácilmente?

Se considera que los haces de luz que emite una fuente son paralelos si ésta se encuentra a una distancia infinita de su observador. En la práctica, y sin filosofar sobre la noción de infinito, admitiremos que hay una distancia, que depende del tamaño de la fuente, más allá de la cual podemos decir que los rayos que recibimos son paralelos entre sí.

Veamos el caso del sol

Tomemos dos rayos emitidos por el mismo punto de la superficie del sol y que llegan a los dos extremos de una pared de 2 m de altura. Podemos estimar fácilmente el ángulo entre estos dos rayos calculando la relación siguiente: la altura de la pared (2 metros) dividida por la distancia del punto de la superficie del sol (unos 150 millones de km, ¡o sea, 150.000 millones de metros!). Esto da un ángulo, en una unidad denominada "radián", sumamente pequeño, como se podrá imaginar, que el ojo no alcanza a ver. Podemos deducir, entonces, que estos dos rayos son paralelos.

¿Acaso ocurre lo mismo a escala de una aglomeración, una región, un país o la Tierra entera? Sustituya la altura de la pared por la distancia que le interesa (entre dos ciudades o entre el polo norte y el polo sur) y haga el cálculo. El ángulo será siempre sumamente pequeño. Podemos considerar así que los rayos que recibimos en la Tierra desde un mismo punto de la superficie del sol son paralelos.

Pero el sol no se reduce a un punto; es una fuenta extensa e incluso muy extensa. ¡Su diámetro mide nada menos que 1,4 millones de km! La luz que recibimos del sol está contenida, pues, en un haz de luz, un cono cuya base es la superficie solar y cuyo vértice (la punta) es nuestro ojo. Todos los rayos que contiene el cono no son estrictamente paralelos entre sí, sino que forman un ángulo diminuto. El ángulo máximo es el que separa los rayos que proceden de los bordes opuestos del disco solar. Al igual que antes, podemos evaluar este ángulo calculando la relación en función del diámetro del sol dividido por su distancia: ~ 1/100.

Este ángulo, igual a 0,5 grado, es casi nulo y se puede considerar en primera instancia que todos los rayos son paralelos. Sin embargo, no es así: basta con ver la sombra de un lápiz apoyado sobre una mesa para entender que la "imprecisión" que se da a nivel de la sombra de la punta no es sino la marca de la ligera divergencia que hay entre los rayos que proceden del disco solar. Si estos rayos fueran perfectamente paralelos entre sí, la sombra sería perfectamente nítida y veríamos el sol como si fuera un punto en el cielo. Esto es exactamente lo que pasa con las estrellas que vemos por la noche: son soles tan alejados de nosotros que su disco se reduce a un punto y sus rayos llegan todos paralelos (¡o casi!).

¡Peligro!

Mirar el sol de frente directamente es sumamente peligroso. Hay que utilizar siempre filtros especiales (gafas distribuidas para los eclipses o un vidrio de soldador de 14 por lo menos). De lo contrario sus ojos pueden sufrir lesiones indoloras pero definitivas, que se revelan recién al cabo de unas horas o unos días. Advierta a los alumnos de este riesgo y desaconséjeles terminantemente que observen el sol sin protección. Utilice las gafas especiales para admirar el disco solar y apreciar su diámetro con toda seguridad.

Trampa a evitar

Los niños suelen dibujar los rayos del sol como una corona alrededor del disco, representando así implícitamente rayos muy divergentes. ¿Es esto un error? Sí y no. La superficie del sol emite rayos en todas direcciones (por eso podemos verlo desde cualquier parte del espacio). Por consiguiente, los rayos dibujados de forma divergente existen, ¡pero no llegan hasta nosotros! Casi todos estos haces de luz salen al espacio hacia estrellas distantes y sólo una pequeña fracción de ellos llega hasta nosotros (contenidos en el cono del que hablábamos anteriormente). Por lo tanto, para representar correctamente los rayos que recibimos en la superficie terrestre, no hay que dibujar el disco solar sino los rayos paralelos que llegan hasta nosotros. Si quisiéramos ser más exactos todavía, dibujaríamos alrededor de cada uno de los rayos

paralelos un pequeño cono de luz que nos recordara que el sol no es una fuente puntual. Si hiciéramos un dibujo del sol y la Tierra a escala, entenderíamos enseguida que las distancias de las que estamos hablando son enormes. Así que, ¡a dibujarl!

Secuencia 2

Fabricar y utilizar gnomones

Introducción

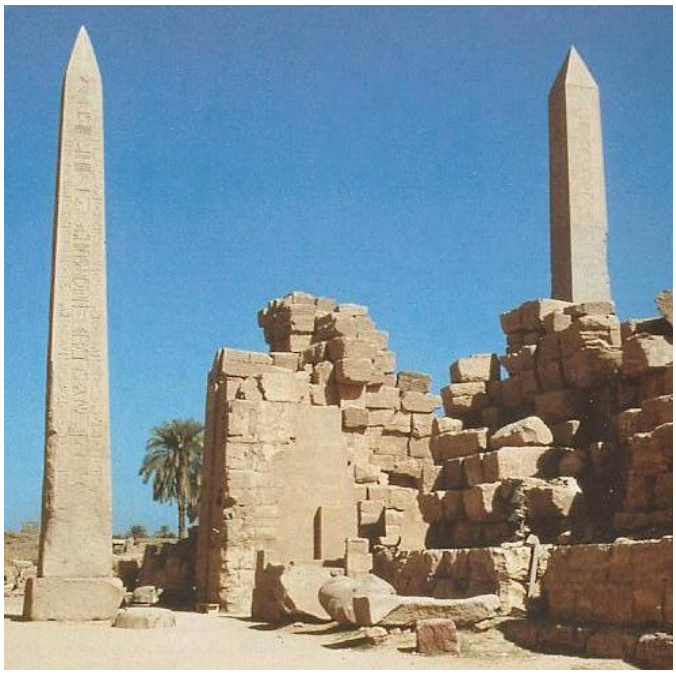
Durante esta secuencia, los alumnos descubrirán que la sombra de un palo gira y cambia de longitud a lo largo del día. Luego, fabricarán y pondrán al sol "obeliscos" en miniatura, es decir, gnomones, primero distintos y luego iguales. Trazarán y medirán las sombras en cinco o seis momentos del día. Comparando los resultados con los de sus compañeros y ante la disparidad entre las medidas, entenderán que es preciso ajustar sus gnomones de forma idéntica para lograr sombras semejantes. Esto los llevará a colocar los gnomones verticalmente en una base bien horizontal.

Nociones abordadas

Evolución global de las sombras a lo largo del día. Primeros trazados y medidas. Primeros ajustes de la dirección de las sombras en relación con el norte proporcionado por una brújula. Primeras comparaciones. Noción de verticalidad y horizontalidad.

Preparativos: el obelisco de Alejandría

Prepare a los alumnos diciéndoles: "En la primera secuencia de este proyecto habéis resuelto parte del misterio de Eratóstenes. Veamos cómo sigue esta historia."
"Cuando, gracias al papiro, Eratóstenes supo que el palo plantado en Siena no proyectaba ninguna sombra quiso entender este fenómeno sorprendente. Para eso, él también plantó un palo al sol y lo observó durante largas horas. Como el palo no estaba muy derecho y su sombra era muy pequeña, decidió observar la sombra de una gran aguja de granito que se erigía en la entrada de uno de los templos de Alejandría. Esta aguja sí estaba plantada bien derecha en el suelo, medía cerca de 20 metros de altura y proyectaba una sombra mucho más grande que el palo. Era un obelisco. Su punta tenía forma de una pequeña pirámide y estaba recubierta de oro, por lo que no sólo brillaba al sol sino que además se la podía ver desde muy lejos. Los obeliscos solían decorar la entrada de los templos egipcios y las tumbas de los faraones. Para Eratóstenes fue muy fácil encontrar uno cerca de su biblioteca. Lo observó durante horas a lo largo del día y sus observaciones le permitieron entender parte del misterio..."



¿Qué pudo haber notado observando la sombra del obelisco durante todo un día? Pues tendráis que descubrirlo, ¡hacienco la misma experiencia al sol que Eratóstenes!

Así pues, los alumnos tendrán que reproducir esta nueva experiencia de Eratóstenes. Buscarán qué objetos pueden representar un obelisco en tamaño reducido y lo traerán a la escuela. Pero antes de que puedan fabricar gnomones con

todos los conocimientos necesarios, tendrán que poner un palo al sol y observar también el extraño desfile de sombras.

El texto que los alumnos habían leído al inicio del proyecto no mencionaba que la sombra que Eratóstenes había observado y medido cautelosamente era la de un obelisco. Usted podrá enseñarles algunos documentos que muestren qué aspecto tenía esa "gran aguja de granito" erigida en la entrada de los templos egipcios.

Los alumnos buscarán luego algunos objetos que puedan hacer las veces de un obelisco en tamaño reducido y los traerán a la escuela. Pero antes de que puedan fabricar gnomones con todos los conocimientos necesarios, tendrán que poner un palo al sol, ya no para observar su sombra de forma puntual sino para contestar a la pregunta que suscita una extraña información que da el texto: Eratóstenes hizo sus observaciones y tomó las medidas en un momento particular, el mediodía solar. ¿Acaso querrá decir esto que las sombras varían a lo largo del día?

Duración: Esta secuencia consta de cuatro partes, cada una de las cuales puede durar una o dos sesiones. También puede llevarse a cabo mediante varios momentos de actividad puntual a lo largo de un día de sol.

Sumario de la secuencia

1) Determinar los cambios en la sombra de un palo en distintos momentos de un día de clase
2) Fabricar y utilizar gnomones
3) Fabricar y utilizar gnomones iguales
4) Utilizar las nociones de verticalidad y horizontalidad para ajustar los gnomones

---

1) Determinar los cambios en la sombra de un palo en distintos momentos de un día de clase

Duración: 5 o 6 períodos de 5 a 10 minutos a lo largo de un día de sol en los que se medirán las sombras al aire libre.

Lugar: un sitio despejado y bien expuesto al sol que permanezca soleado durante todo el día.

Material

Para la clase

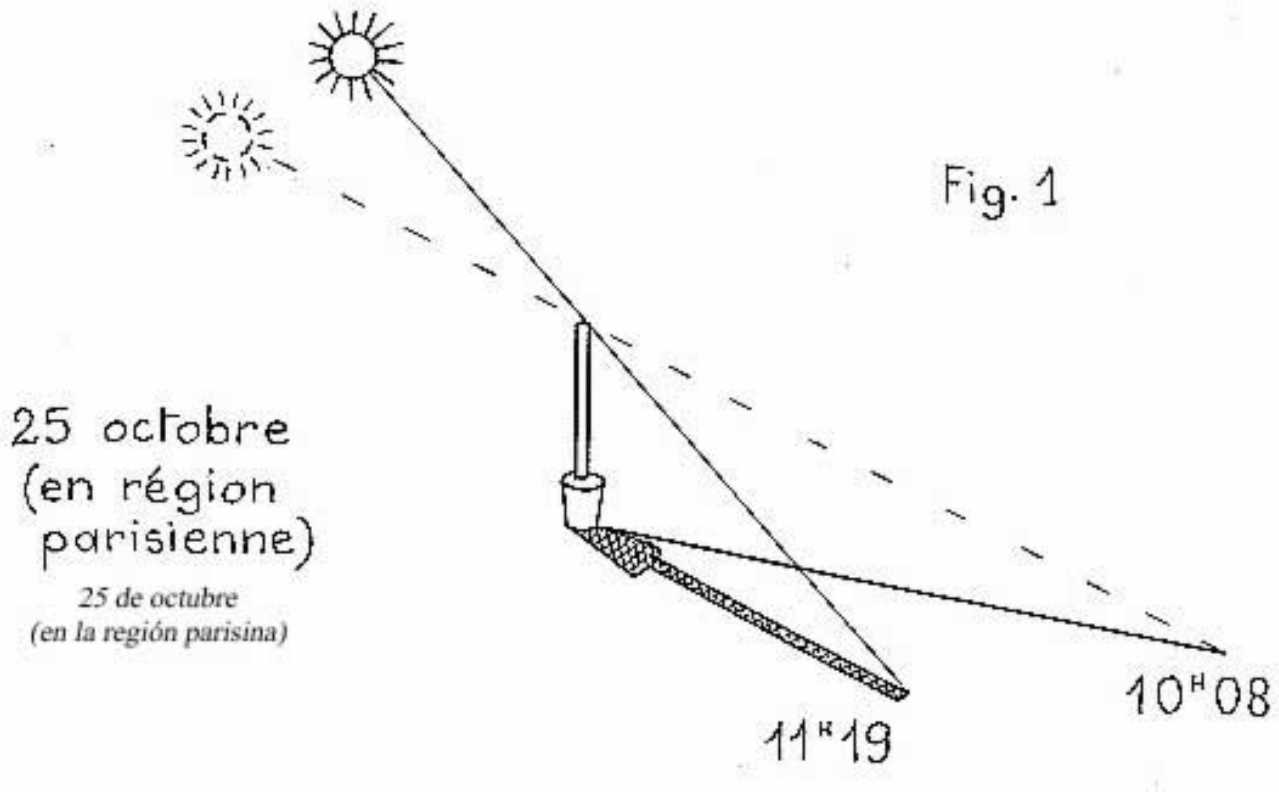
- un palo de 30 cm como mínimo "plantado" en una maceta llena de tierra o arena húmeda,
- una tiza,
- una cinta métrica,
- dos brújulas,
- una hoja de papel de calcar,
- unos cuantos objetos rectilíneos, entre ellos un tornillo,
- una hoja para tomar notas.

Discusión

Los alumnos empezarán por discutir libremente acerca de esta experiencia y tratarán de imaginar qué es eso tan interesante que Eratóstenes pudo haber observado. Cada uno formula sus propias hipótesis y comparte sus ideas con sus compañeros, luego apunta todo en su cuaderno de experiencias. Algunos recordarán tal vez la experiencia de la linterna con el mapa de Egipto y supondrán que las sombras también cambian de posición cuando el sol se desplaza por el cielo. Para comprobar todas las ideas que habrán surgido y poner a todos de acuerdo no queda más que hacer la experiencia al sol por sí mismos.

Instalar un palo al sol. Por la mañana, colocar el palo con su maceta en un sitio que permanezca soleado durante todas las horas de clase. Habrá que medir la sombra del palo varias veces al día pero, si la sombra "se mueve", habrá que ver cómo haremos para marcar su desplazamiento. "¡Habrá que dibujar la sombra en el suelo!" Entonces colocaremos la maceta sobre un suelo asfaltado (si no podemos dejarlo en su sitio durante todo el día, habrá que dibujar el contorno de la base).
Decida con sus alumnos en qué momentos harán las observaciones de la sombra sin que esto altere el ritmo de la clase, por ejemplo, en cuanto empieza el recreo de la mañana o justo antes de salir del colegio al mediodía, después al retomar las clases por la tarde, durante el recreo de la tarde y antes de irse del colegio. Además, si por la mañana los alumnos salen del colegio antes del mediodía, entre los que se quedan a comer habrá seguramente quienes querrán hacer una observación extra de la sombra del palo "exactamente al mediodía".

Observen, tracen y midan la sombra del palo. Durante la primera observación, después de tomar nota de la fecha y hora exactas, un alumno se encarga de trazar la sombra del palo mediante un simple trazo rectilíneo que parte de la base de la maceta y llega hasta el extremo de la sombra.
Seguidamente, otro alumno mide el trazo con la cinta métrica y anota la cifra correspondiente mientras que habrá quienes observen algo importante: la precisión de la medida es muy relativa ya que la sombra (incluida la maceta) es muy nítida en la base pero se hace cada vez menos nítida hacia el otro extremo (sobre todo si el palo es muy largo). Esto es a causa de la penumbra. Y si ese extremo es muy "puntiagudo" (para lograr este efecto, coloque transitoriamente un tornillo con la punta hacia arriba), los alumnos se dan cuenta de que, a la inversa de lo que podríamos esperar, la imprecisión es aún mayor. La próxima vez que los alumnos vengan a este mismo sitio, traerán varios objetos rectilíneos de distinta longitud y forma en cuanto a la punta. Manteniéndolos bien derechos sobre el suelo, verán que la mayor precisión de la sombra se logra con los objetos más cortos y de punta plana. Cuando después fabriquen sus gnomones se acordarán de esto con toda seguridad.
Durante la segunda observación, para la cual tendrá que preparar dos brújulas en su bolsillo, todos tendrán algo que decir: "¡la sombra dio un giro!", "¡la sombra es más corta!"... Los alumnos conversarán entre sí para tratar de interpretar el fenómeno y enseguida llegarán a la conclusión que el sol ha tenido que desplazarse en el cielo y que también está más alto que antes.

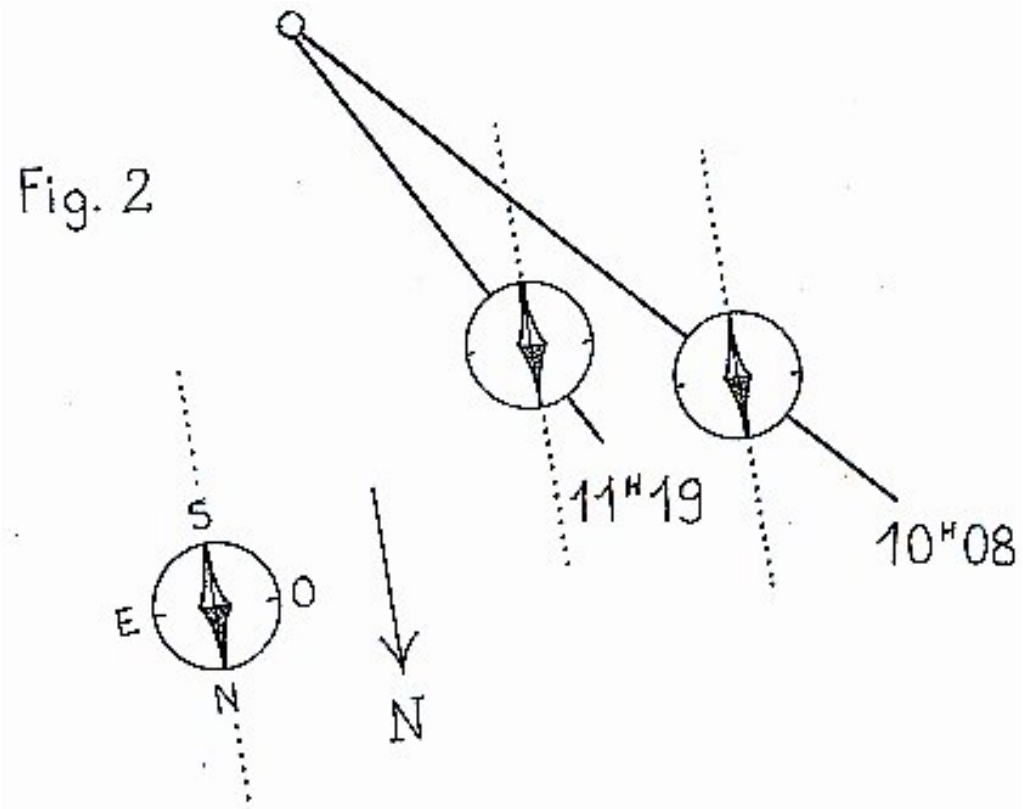


Al mismo tiempo, tratarán de predecir cómo será la sombra durante el próximo período de observación. Si es "exactamente al mediodía" van a suponer que la sombra será más corta y que después probablemente se alargue hasta la noche. En cuanto a su desplazamiento, estarán seguros de que se producirá en el mismo sentido "¡porque el sol no se va a poner a ir para atrás!".

Recuerde la orientación de los dos primeros trazados de la sombra y luego de los siguientes. Es muy probable que aparezca una pregunta a partir del segundo período de observación o los siguientes: si cada vez es sencillo marcar la longitud de las sombras, ¿cómo hacer para recordar su "separación", o sea, la manera en que han "girado"? Los alumnos propondrán primero buscar un objeto que se encuentre en la prolongación de cada trazado (un árbol, una puerta, etc.) pero es un método poco seguro e inexacto. Otros pensarán en poner una gran hoja de papel de calcar debajo de la maceta, para reproducir el nacimiento del trazado. Pero hay otro problema: si la lluvia borra todo, ¿cómo haremos para volver a poner el papel de calcar en su lugar si queremos volver a hacer la experiencia para comparar con la vez anterior? Vemos que es preciso marcar en el terreno y en el papel de calcar una dirección exacta e inalterable, por ejemplo, el norte, que solemos encontrar en los mapas. "¡Necesitaríamos una brújula!".
Interrogue rápidamente a los alumnos para ver qué saben sobre este instrumento y prepare algunas actividades para familiarizarlos con su uso (vea las actividades sobre la brújula).

Mientras los alumnos observan que la sombra ya ha girado ligeramente mientras conversaban, saque una de las brújulas de su bolsillo. Pídale a uno de los alumnos que venga a mostrar cómo utilizarla, apoyada en el suelo. Cuando la aguja se haya estabilizado, el alumno hará que coincida la "punta azul" con la letra N para que las cuatro letras de los puntos cardinales muestren bien las cuatro direcciones. Luego materializar el norte mediante una flecha, como en la figura 2.

Observación. Si Usted se encuentra en el hemisferio sur fuera de la zona intertropical, remplace "norte" por "sur" en lo que sigue del texto ya que, en su caso, el punto culminante del sol se situará hacia el norte y la sombra del palo apuntará hacia el sur. Si se encuentra en la zona intertropical, podrá pasar cualquiera de las dos cosas según la época en la que realice la experiencia. Asimismo, las indicaciones de hora en lo sucesivo corresponden únicamente a lo que se observaría en Francia en el horario de invierno. Tendrá que hacer las adaptaciones necesarias en función de la hora en la que el sol se encuentra en su punto culminante en su región.

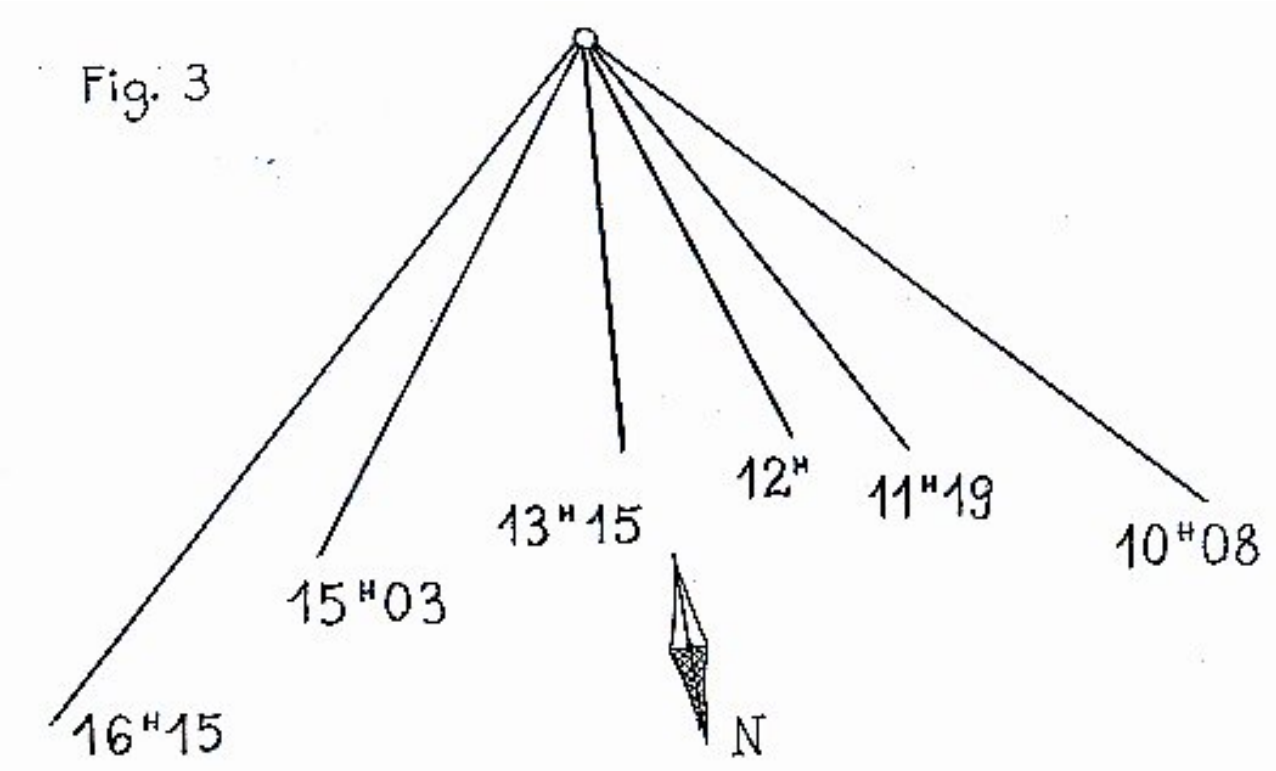


Los alumnos observarán que los dos trazados de sombra no siguen la dirección del norte y propondrán poner la brújula (así como la segunda que Usted les habrá proporcionado) por encima de cada uno para ver "qué separación tienen". Puede ser que algunos señalen que los trazados se orientan hacia el noreste. Cabe señalar que aquí no se trata de que los alumnos determinen con exactitud la orientación de los trazados —una operación en principio muy delicada para alumnos que todavía no han adquirido la noción de ángulo— sino de ver cómo gira la sombra en relación con el norte, dirección que constituirá un elemento central de las observaciones posteriores. Efectivamente, los alumnos van a predecir que el trazado siguiente estará más cerca de esta dirección y, por supuesto, podrán comprobarlo.

Observaciones siguientes. Recordemos que el tercer período de observación tendrá lugar ya sea a la hora del almuerzo, ya sea al retomar las clases por la tarde. Después de trazar la sombra en el suelo, los alumnos comentarán su longitud y orientación en relación con los dos trazados anteriores y con el norte. Si el trazado se efectúa "exactamente al mediodía", como algunos alumnos querían, éstos verán que la sombra volvió a acortarse sin coincidir todavía con el norte que indica la brújula. Los alumnos supondrán que la sombra pasará más tarde por el norte. ¿Hasta cuándo va a acortarse? ¿Desaparecerá en algún momento? ¿A qué hora? ¿Qué pasará después, por la tarde? ¿La sombra volverá a aumentar?

Los alumnos dirán lo que intuyen, escribirán en su cuaderno sus observaciones y respuestas a todas estas preguntas y estarán ansiosos por hacer nuevas observaciones para comprobar sus hipótesis.

Si la observación siguiente se efectúa poco despúes de las 13 horas, se verá bien que la sombra ha pasado del otro lado del norte pero, en cambio, si bien será algo más corta que la del "mediodía exacto", no será inexistente (salvo en el caso muy particular en que su escuela esté en la zona intertropical y el sol esté en el cenit). Luego, los dos últimos trazados confirmarán la hipótesis de los alumnos: la sombra volverá a alargarse hasta alcanzar proporciones gigantescas a medida que nos acerquemos de la puesta del sol.



Antes de irse de la escuela, los alumnos reproducirán en papel de calcar "ese abanico raro abierto hacia el norte" o al menos el nacimiento de los distintos trazados, incluida la flecha que marca el norte (o la aguja de la brújula). Los alumnos podrán basarse en esa reproducción para esquematizar en sus cuadernos de experiencias las observaciones realizadas.
Piense en dejar unos diez minutos al final del día para hacer una síntesis de las conclusiones de la experiencia. Los alumnos descubrieron lo mismo que Eratóstenes con su obelisco: las sombras giran y cambian de longitud según la hora. Algunos hablarán tal vez de los cuadrantes solares basados en el principio de la rotación de las sombras. Explíqueles, entonces, que en Egipto esos obeliscos se usaban muy probablemente como cuadrantes solares. Pídales también que anoten todos los nuevos interrogantes que aparecieron con esta experiencia. Es muy probable que después quieran volver a hacer la experiencia con "obeliscos" en miniatura clavados en una gran base que pueda contener las gigantescas sombras de las primeras horas de la mañana y las últimas de la tarde. Ése será el objetivo de la próxima etapa de la secuencia.

---

2) Fabricar y utilizar gnomones

Duración: un momento de concertación; una breve sesión de bricolaje; después, durante un día de sol, 5 o 6 momentos en los que se medirán las sombras; un momento de intercambio de ideas y debate.

Lugar: el aula de clase y después, para las mediciones, un local soleado durante todo el día (o sea, en nuestro caso, orientado al sur) o un lugar bien despejado al aire libre.

Material

Para la clase

- objetos traídos por los alumnos para fabricar los gnomones, es decir, "obeliscos" en miniatura (uno por grupo de 3 a 5 alumnos) sujetos a unas planchas que hagan las veces de base;
- herramientas adaptadas; algunos gnomones fabricados en casa;
- una brújula y una hoja de papel de calcar por grupo.

Mientras que la mayoría de los alumnos traerán de su casa distintos objetos para usarlos como varillas o como base plana, algunos estarán orgullosos de llegar con un gnomon ya hecho en las manos... A propósito, es bueno que aliente a sus alumnos a tener un gnomon en su casa fabricado por ellos mismos para poder repetir las experiencias hechas en la escuela, durante los fines de semana o las vacaciones. ¡Es una forma de que las familias también participen en esta aventura!

Concertación

En grupos, los alumnos se concertarán para elegir, entre todos los objetos, aquellos que les parezcan mejor para fabricar uno o dos gnomones. También se puede decidir que cada alumno construya el suyo pero piense que después habrá que contar con mucho espacio para exponer al sol unas treinta construcciones de una superficie considerable.
Construcción de los gnomones: algunos grupos elegirán clavar una varilla en una plancha de poliestireno o poner una gran clavija en un tablero contrachapado; otros pegarán un lápiz (al que previamente le habrán sacado punta o no) o un tubito con un círculo de goma adhesiva en un cartón, etc.
Si sus alumnos recuerdan, por un lado, que las sombras son muy largas a finales del otoño y, por otro lado, que la "falta de nitidez" del contorno de las sombras aumenta "hacia la punta", prestarán atención en elegir un gnomon bastante corto, o sea de unos diez centímetros cuanto mucho, para evitar que la base tenga un tamaño exorbitante. Sin embargo, si no prevén un soporte suficientemente grande y no piensan en sujetar la varilla cerca de un borde, corren el riesgo de que la sombra se salga de la base. Es cierto que, en nuestras latitudes, en la época del solsticio de invierno y durante el mediodía solar local, pese a tener el tamaño más pequeño posible, las sombras pueden llegar a medir más de dos veces y media la altura de los objetos.

Registro en el cuaderno de experiencias

Cada alumno describirá el instrumento fabricado por el grupo (o por él mismo), indicando las dimensiones de la varilla y del soporte, y también lo que ha motivado su elección: por qué un material y no otro, por qué esas dimensiones, si han eligido a propósito un extremo redondeado o plano en lugar de puntiagudo, etc.

Instalación de los gnomones

Por supuesto, lo ideal sería contar con un local orientado, en nuestro caso, más bien hacia el sur, con suficiente sitio relativamente cerca de las ventanas para poder instalar todos los gnomones "al sol". Dicho sea de paso, en esta época del año y durante todo el invierno, en la latitud en que se encuentra Francia, los rayos del sol penetran ampliamente en los locales bien orientados.
Pero, estemos dentro de un aula o al aire libre, lo primero que habrá que hacer será orientar correctamente todos los gnomones pues hasta los que no haga falta tocar podrán moverse sin querer. Cada grupo comprobará si el gnomon está bien orientado desplazándolo y tratando de colocarlo nuevamente como corresponde en su sitio. Se fijará temporariamente una hoja de papel de calcar sobre los soportes para trazar las sombras, debiéndose indicar el norte con una flecha.

Concertación y posterior medida de la longitud de las sombras. Habrá que ponerse de acuerdo para que los horarios en que se mida la longitud de las sombras sean aproximadamente los mismos que los del día en que se realizó la experiencia con el palo al sol. Sin embargo, para después poder comparar los resultados, se le encomendará a un alumno que, reloj en mano, dé la señal de partida para empezar los trazados. Además, algunos alumnos tal vez quieran

ver qué ocurre entre el mediodía y la hora del trazado siguiente, y decidan pasar por alto el trazado del "mediodía exacto", por no considerarlo interesante, y retrasarlo un poco, a la vez que adelantarán ligeramente el trazado correspondiente a las primeras horas de la tarde para tratar de que alguno de los dos nuevos trazados coincida con el famoso norte.
Otro día de sol, los alumnos pondrán en práctica, dentro de cada grupo, las consignas establecidas de forma que todos los integrantes participen en las distintas tareas. Tal vez tengan algunas dificultades: sombras largas cortadas (varillas demasiado altas en relación con la superficie de la base o mal colocadas, o el norte demasiado de costado con respecto al eje de la base), problemas para determinar con exactitud el eje de la sombra (varilla demasiado ancha o irregular), falta de precisión en la medida (varilla todavía demasiado puntiaguda), etc.

Comparación de resultados

Encimando de a dos las hojas de papel de calcar con los trazados, una vez terminados, los alumnos verán obviamente que las sombras de los gnomones más altos dan como resultado los trazados más largos. Pero, a la vez que observarán que esos "abanicos" tan distintos muestran en líneas generales que todas las sombras han girado de la misma forma, admitirán que hay diferencias significativas que ponen en duda la orientación exacta de algunas sombras, particularmente las del mediodía, que son las que más deberían de acercarse al norte...
Los alumnos discutirán este punto y entenderán que sería mucho más fácil hacer comparaciones si todos los gnomones fueran idénticos... Al preguntarles si creen que, si volvieran a realizar la experiencia con gnomones iguales y tomando todas las precauciones necesarias, los resultados serían idénticos, los alumnos contestarán que sí de forma unánime. ¡Pues entonces, propóngales que lo comprueben!

---

3) Fabricar y utilizar gnomones iguales

Duración: una breve sesión de bricolaje y después, durante un día de sol, 5 o 6 momentos en los que se medirán las sombras; un momento de intercambio de ideas y discusión.

Lugar: el aula de clase y después, para las mediciones, un local soleado durante todo el día (o sea, en el hemisferio norte, orientado al sur) o un lugar bien despejado al aire libre.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos
- un palillo de dientes (mondadientes o escarbadientes),
- una plancha de cartón de embalar (o de cartón pluma usado en modelismo) de unos 18 x 25 cm,
- una regla de unos 10 cm hecha en papel milimetrado pegado sobre una cartulina,
- una hoja de papel de calcar,
- una brújula.

Propóngales que fabriquen de forma rápida y sencilla un pequeño gnomon, cuya varilla será un simple palillo de dientes cortado por una de las puntas (esa punta es la que servirá para marcar las sombras) y cuya longitud total sea, por ejemplo, 5,5 cm. Hunda el extremo puntiagudo "a fondo" en una plancha de cartón ondulado rígido de 5 mm de espesor o, mejor aún, en una plancha de cartón pluma de 5 mm (este material se consigue en las tiendas de dibujo y

arquitectura). Así tendremos, para nuestro ejemplo, gnomones idénticos de una altura de 5 cm y la base podrá ser pequeña, de 18 x 25 cm. Antes de colocar el palillo de dientes, coloque temporariamente una hoja de papel de calcar. Antes y durante las observaciones, se tomarán todos los recaudos necesarios decididos de común acuerdo: comprobar la altura del palillo de dientes con la regla hecha en papel milimetrado para estar seguros de que el cero coincide con la base; marcar exactamente la orientación de la base; iniciar todos los trazados exactamente al mismo tiempo; trazar las sombras muy minuciosamente con un lapiz negro que tenga buena punta, desde la base del palillo de dientes hasta el extremo de la sombra (plana y no en punta, como hemos visto).

Comparación de los nuevos resultados. Superponer los calcos de a dos haciendo que coincidan bien las marcas que señalan el norte. ¡Oh! Sorprendentement, salvo algunas excepciones, los trazados no serán idénticos, tanto en lo que se refiere a los ángulos como a las longitudes…
Los alumnos tratarán de explicar por qué. Primero pensarán que es porque los autores de los trazados algo "raros" no los hicieron bien pero luego examinarán de cerca los gnomones correspondientes y dirán: "¡Pero, claro! Este palillo no está derecho...". Es útil comprobar que, balanceando muy ligeramente un gnomon en su base, la longitud de su sombra y su orientación cambian significativamente. Pero podrá ocurrir que un trazado "raro" corresponda a un gnomon que no tenga este defecto… En tal caso, habrá que buscar otro motivo, tal vez mirando la base lateralmente. "Parecería que este cartón no está apoyado bien derecho… Ah, sí, nos olvidamos una regla debajo (u otro cartón)!". Esta vez, balanceando muy ligeramente la base en todas direcciones, los alumnos verán que la sombra del palillo también se mueve para todas partes.
Esto permite comprobar que, para que las medidas de las sombras sean idénticas, es preciso, además de todos los recaudos tomados, que los gnomones estén "todos bien derechos" y las bases "todas bien de plano".

En realidad, el verdadero criterio es que los gnomones, en un mismo lugar geográfico, sean todos paralelos entre sí y que los soportes también lo sean. Si hiciéramos otras experiencias podríamos lograr una igualdad de longitud de las sombras con gnomones (de altura idéntica) y bases (bien planas) todos inclinados pero inclinados exactamente de la misma forma unos en relación con otros. La verticalidad de los gnomones y la horizontalidad de las bases (que ahora los alumnos van a esforzarse por conseguir) son, de hecho, un caso particular o una pura convención que nos resulta muy práctica para nuestro proyecto Eratóstenes.

---

4) Utilizar las nociones de verticalidad y horizontalidad para ajustar los gnomones

Duración: 2 sesiones preparatorias de unos 30 minutos; después, unos breves momentos para ajustar los gnomones antes de medir las sombras.

Lugar: el aula de clase y depués un sitio para las mediciones.

Material

Para cada grupo de 4 o 5 alumnos

- una escuadra común (temporariamente),
- un rectángulo de cartulina (para hacer una "doble escuadra"),
- una regla,
- un lápiz,
- tijeras,
- la regla de papel milimetrado,
- un nivel de aire comprado (o fabricado) y una hoja de papel de calcar para las nuevas mediciones.

Balance

Las respuestas al test previo ya le habrán proporcionado alguna idea en cuanto a lo que saben los alumnos sobre la noción de verticalidad y horizontalidad (recalquemos aquí "en un lugar determinado", ya que sus alumnos verán más adelante que el paralelismo de dos verticales en dos sitios distintos de la superficie del globo no es real, como tampoco lo es el de dos horizontales).

En función del balance que haya podido hacer y del tiempo que tenga luego, podrá hacer que los alumnos trabajen experimentalmente sobre la verticalidad y la horizontalidad, así como sobre el ángulo recto que forman estas dos direcciones. Consulte la página "Verticalidad y horizontalidad" que le explicará, entre otras cosas, cómo fabricar fácilmente plomadas y niveles de aire, y cómo usarlos.

Que los alumnos se tomen su tiempo para aprender a manejar los niveles de aire que, junto con las escuadras, darán la vertical. Así entenderán que, para ajustar los gnomones, lo más sencillo es empezar poniendo los palillos de dientes de forma que formen un ángulo recto con las bases porque, una vez ajustada la horizontalidad de éstas, estaremos seguros de que los palillos están bien verticales.

Ajuste con las escuadras

Antes de eso, sujetaremos temporariamente una nueva hoja de papel de calcar sobre cada base.

Manteniendo la base de la escuadra apoyada sobre la base de la construcción y contra el gnomon para comprobar que éste se encuentre correctamente plantado, los alumnos se darán cuenta de que la escuadra también puede oscilar relativamente sobre su base y, por tanto, ¡coincidir con un gnomon ligeramente "inclinado"! Entonces propondrán correr la escuadra dos o tres veces alrededor del palillo de dientes para asegurarse de que éste coincida cada vez con la escuadra, lo que probará que es realmente perpendicular a la base.

A propósito, podemos hacer un plegado muy sencillo para fabricar una "doble escuadra" que sí será perfectamente estable, con lo cual el ajuste de los gnomones será inmediato y fiable. Los alumnos utilizarán un rectángulo de cartulina de unos 32 x 12 cm (figura 4). Prestar atención a la base del rectángulo, que tiene que ser perfectamente rectilínea, y al plegado en sí, que tiene que hacerse con mucho cuidado para que los bordes coincidan. Aplaste el pliegue con la uña.

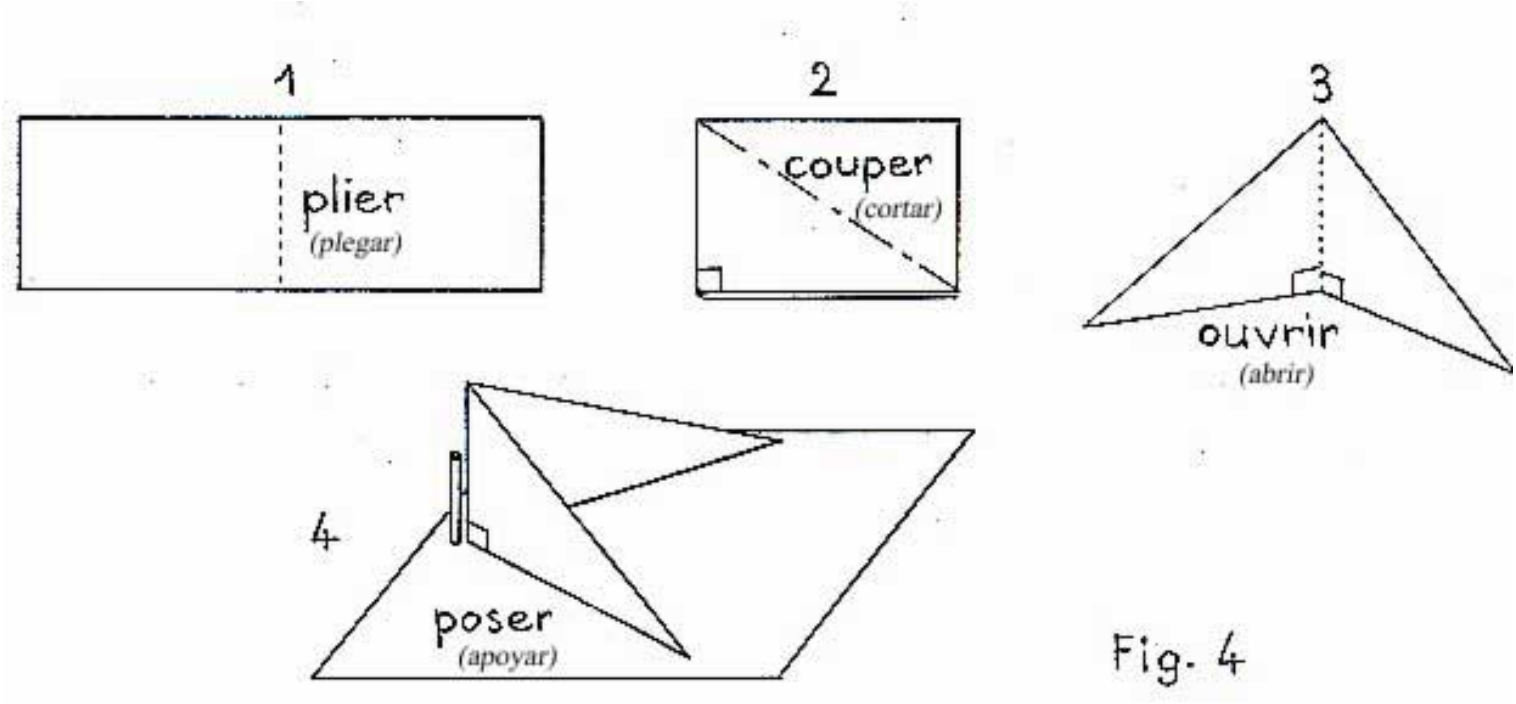


Fig. 4

Piense también en comprobar la altura común de los palillos de dientes con las reglas de papel milimetrado fabricadas anteriormente (vuelva a ver la parte 3 de la secuencia, justo antes del título "Comparación de los nuevos resultados".

Ajuste con los niveles de aire Una vez ajustado correctamente el ángulo recto que forman los gnomones con las bases (en varios sentidos), los alumnos no tendrán más que ajustar la horizontalidad de estas últimas, ya sea con un solo nivel de aire que orientarán en varias direcciones sobre la base o con dos niveles (que estén bien ajustados entre sí) que formen un ángulo muy abierto delante del gnomon, como la doble escuadra.

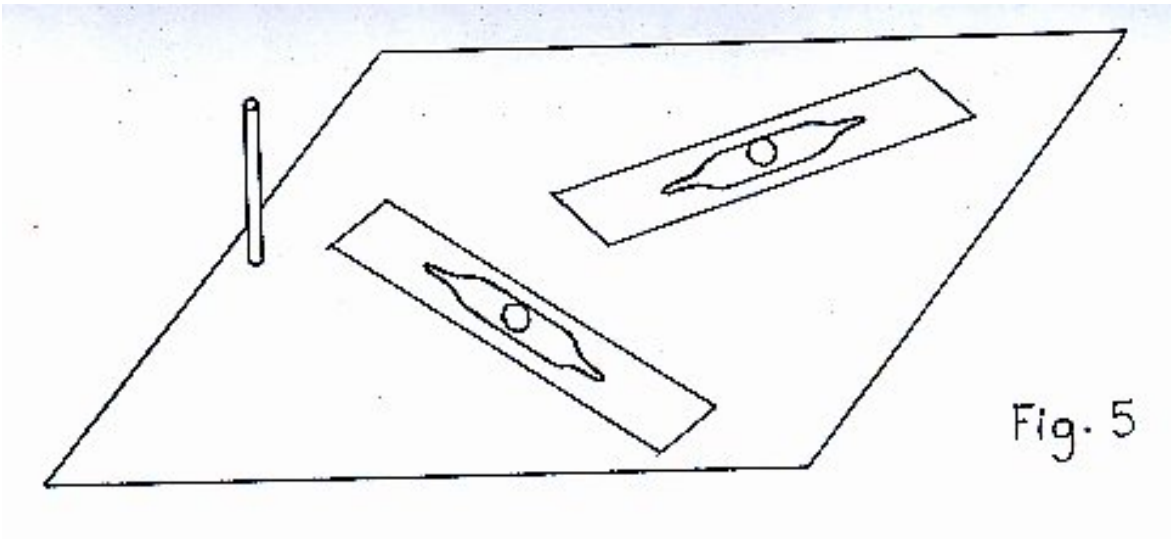


Fig. 5

Nuevas mediciones Orgullosos de sus gnomones perfectamente ajustados (lo cual habrá que verificar cada vez, antes de usarlos, si los instrumentos no pueden permanecer en su sitio o si se quedan sin que nadie los vigile), los alumnos medirán nuevamente las sombras y esta vez los resultados estarán a la altura de su expectativa, ¡o sea que tendrían que coincidir!

Tareas optativas (Secuencia 2)

Verticalidad y horizontalidad

1) Tareas sobre la verticalidad

Duración: una sesión de aproximadamente 45 min para la totalidad de actividades.

Lugar: el aula de clase, el pasillo, cualquier otra sala y un momento al aire libre.

Material

Para la clase

Para confeccionar las plomadas:
- hilos de distinto tipo,
- distintos objetos pequeños para colgar, entre ellos arandelas de bricolaje (de dos o tres tamaños diferentes)

Preguntas orales preliminares

Pídales a los alumnos que digan lo que saben acerca de lo que se denomina verticalidad y que mencionen objetos que consideren verticales; se pueden consultar y comentar los tests previos.

¿Cómo comprobar la verticalidad de un objeto?

Experiencia lúdica

Algunos podrán proponer hacer una comprobación divertida *a simple vista* no en relación con un objeto aislado sino con dos objetos juntos, distintos pero supuestamente verticales.
Por ejemplo, ¿qué pasa si uno se pone junto al marco "vertical" de una puerta abierta y —con un ojo cerrado— apunta hacia el marco "vertical" de una ventana situada en la pared de enfrente? Si moviendo apenas la cabeza de costado vemos que ambos marcos se acercan y que poco a poco parecen estar bien paralelos hasta que coinciden en toda su longitud, significa probablemente que los dos son realmente verticales (o que, muy casualmente, ambos "están inclinados" de igual forma, ya sea de verdad o por efecto de la perspectiva). Este método es muy interesante en el caso de dos edificios muy altos (dos torres modernas, por ejemplo): ¡la precisión de su verticalidad es impresionante!

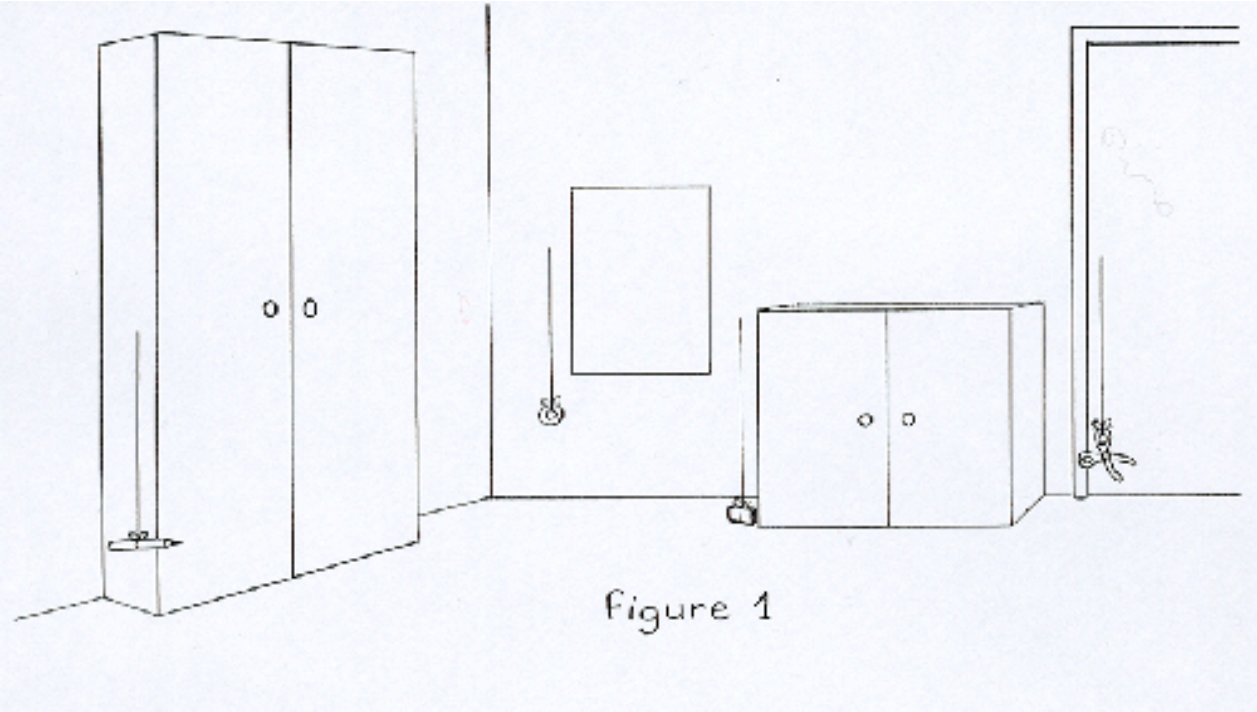
Los alumnos pueden entretenerse así experimentando este método. Cuando perciben una "anomalía", tienen que decir cuál de los dos objetos no es vertical (¡o tal vez los dos!) apuntando nuevamente hacia cada uno y comparando con un tercer objeto que ya se haya "calibrado".

Fabricar y utilizar plomadas

Si han entendido que hay que referirse a un objeto que sea vertical, es posible que los alumnos se pregunten cómo hacer para comprobar la verticalidad de un objeto aislado.

Algunos ya habrán visto unos niveles de aire sofisticados, *uno de cuyos tres "tubos de aire"* permite comprobar la verticalidad de un objeto mientras los otros dos indican, uno, la horizontalidad y el otro, un ángulo de 45°. Otros habrán oído hablar de las plomadas, así que será interesante confeccionar algunas con distintos tipos de hilos y objetos que harán las veces de plomos. Hágales observar que un hilo fino conviene más para los "plomos" relativamente livianos, en lugar de un hilo grueso que no se tiende fácilmente. Las arandelas de metal serán muy útiles porque son fáciles de atar y porque, al ser planas, hacen que se pueda acercar al máximo el "hilo" del objeto que se quiere evaluar.

Una vez terminadas las plomadas, los alumnos las usarán para comprobar la verticalidad de distintos objetos de la clase y del exterior (figura 1).



---

2) Tareas sobre la horizontalidad

Duración: tres sesiones de 30 a 45 min.

Lugar: el aula de clase.

Material

Para la clase

Experiencia con los recipientes con agua:
- 8 a 10 hojas grandes de papel blanco común (50 x 65 cm),
- una docena de recipientes de plástico (vea cuáles más adelante) con un poco de agua ligeramente coloreada (¡prepare una esponja!),
- lápices negros,
- algunas reglas grandes o trozos de canaleta portacables bien rectilíneos,
- un nivel de agua comprado.

Experiencia para descubrir el ángulo recto:
- las hojas de la primera experiencia aún expuestas en la pared,
- plomadas,
- algunas hojas de color cortadas en cuatro (con mucho esmero),
- tres o cuatro escuadras (déjelas de lado para empezar).

Para cada grupo de 2 alumnos

Fabricación de los niveles de aire:
- una ampolla de suero fisiológico (vendido en las farmacias para la higiene de los bebés),
- 20 cm de listón cubrejunta de 40 mm,
- cinta adhesiva.

Preguntas orales preliminares

Generalmente los alumnos definen la horizontalidad citando objetos de la vida diaria, por ejemplo, el suelo del aula *(“siempre está bien plano aunque cuando a veces sube un poco enseguida nos damos cuenta")* o la parte superior de una mesa *(“la mesa también es bien plana aunque, si está un poco torcida, una canica o una bola rueda y se cae al suelo").* Es decir que, para ellos, la horizontalidad está asociada a la estabilidad, al igual que la verticalidad es sinónimo de equilibrio. Tal vez por eso no piensan en citar el agua en reposo ya que por naturaleza el agua es inestable. Pídales que dibujen líquido en un recipiente; muchos trazarán una línea ondulada. Y si se trata de una botella a punto de volcar agua en un vaso, el nivel del líquido será bien oblicuo.

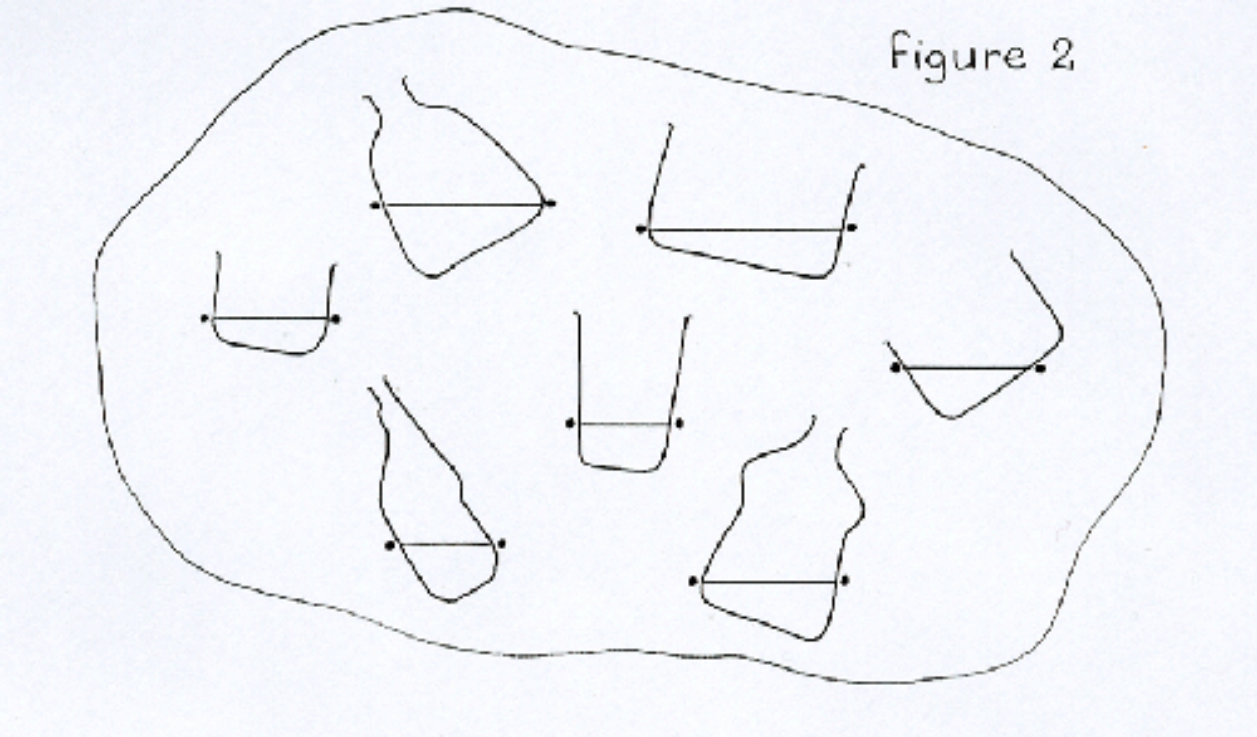
Experiencia

Hagamos una breve experiencia para descubrir la horizontalidad de la superficie libre de un líquido. Los alumnos forman grupos de 3 a 5 pero todos utilizan el mismo material.

Cuelgue de la pared y de la pizarra varias hojas grandes de papel, recortadas con una forma irregular cualquiera, a razón de una por grupo. Coloque sobre una mesa central una docena de recipientes distintos de plástico transparente o translúcido. Pueden ser recipientes para congelación, bandejas para alimentos, frascos de productos de limpieza, etc. (¡todos bien limpios!), preferiblemente de sección cuadrada, rectangular u ovalada. Cada uno de ellos contiene agua ligeramente coloreada hasta la cuarta parte de su altura aproximadamente.

Un alumno de cada grupo coge un recipiente, lo acerca a la pared y lo “pega" cuidadosamente contra una de las hojas pero sin pretender ponerlo "bien derecho“ sino más bien inclinándolo ligeramente y manteniéndolo inmóvil. Un compañero "calca" el contorno y luego, cuando el agua está en reposo, hace una marca de ambos lados del recipiente para señalar el nivel del líquido. Reproduzcan la operación varias veces con recipientes distintos e

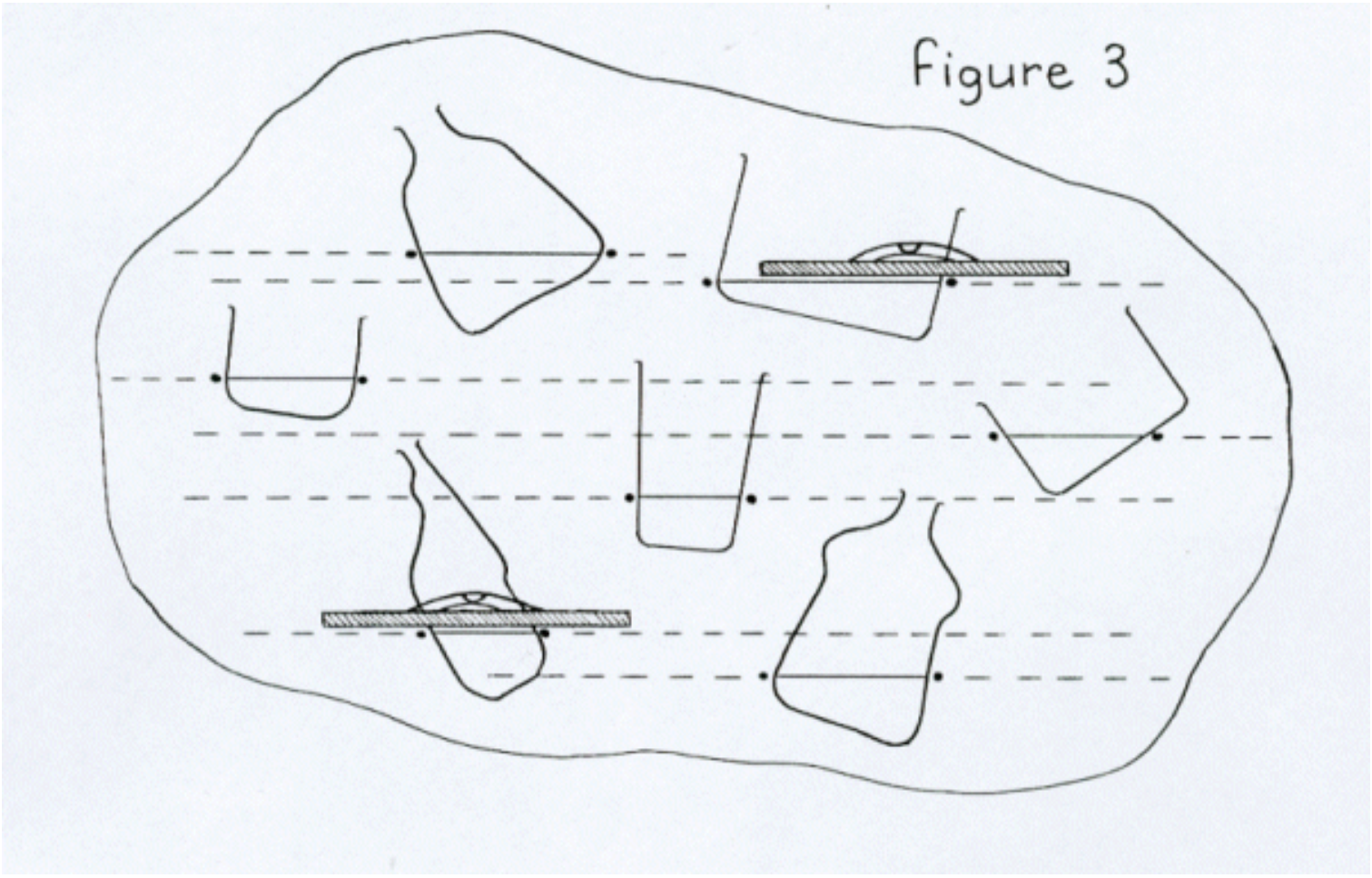
inclinados de distinta forma. Después, en cada silueta dibujada, unan las dos marcas. Algunos alumnos emplearán espontáneamente una regla (figura 2).



Los alumnos observarán que *"todas las líneas parecen estar bien horizontales."* ¿Cómo podremos comprobarlo? *"Se las puede alargar de cada lado con una regla larga para ver mejor."* Esto hará que observen: *"Las líneas son paralelas; podemos comprobarlo como el otro día, con las hojas de calcar."* (vea la figura 6 de la secuencia 1). Otra posible observación: *"Están bien horizontales, como el suelo"*. ¿Cómo podremos comprobarlo?

Si hay niños a cuyos padres les gusta el bricolaje o ir de cámping, seguramente pensarán en el nivel de aire y propondrán traer uno a clase. Una vez se haya observado y experimentado dicho objeto, se lo podrá usar para comprobar, en las hojas colgadas, la horizontalidad de las líneas dibujadas que representan el nivel de agua en los distintos recipientes (figura 3).

Asegúrese de que las hojas permanezcan colgadas **en su posición original** para poder descubrir el ángulo recto, como se explica más abajo.



Fabricar y utilizar niveles de aire

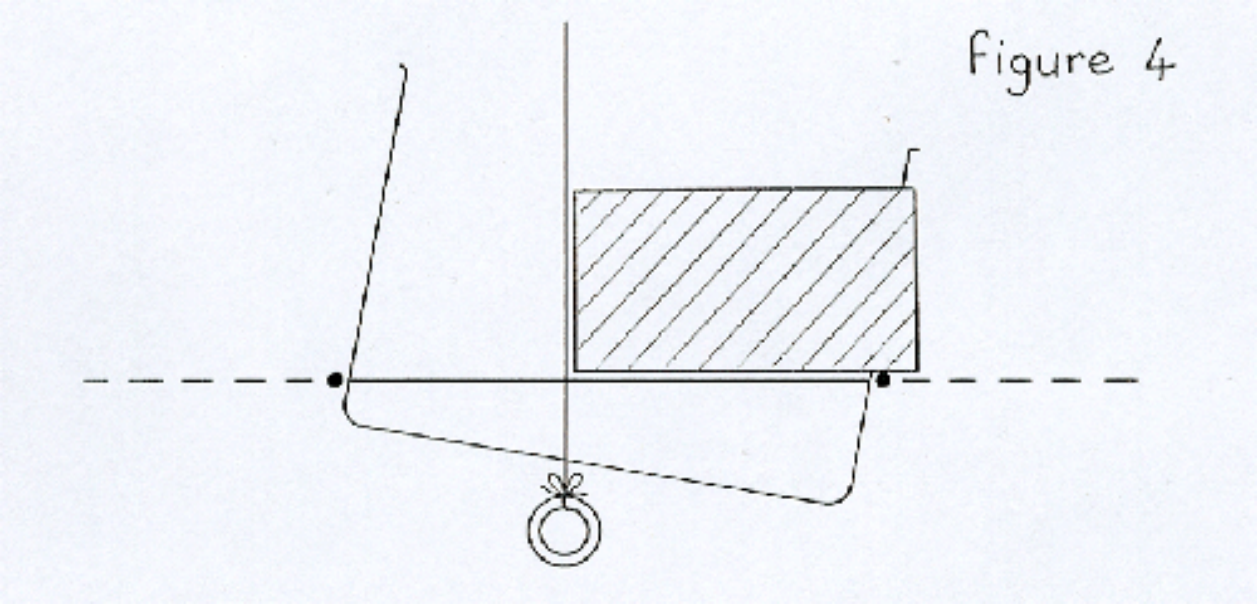
Le presentamos una forma rápida y sencilla para que sus alumnos construyan unos niveles de aire muy ingeniosos, empleando ampollas de suero fisiológico sujetas a unos trozos de listones cubrejunta de 40 mm, a razón de 20 cm por nivel. Sujete la ampolla, colocada horizontalmente en la parte hueca del listón, con cinta adhesiva. Pruebe ahora si funciona con una superficie cuya horizontalidad haya sido comprobada anteriormente mediante un "verdadero" nivel, para poder corregir ligeramente con "cuñas" de papel, la posición de la ampolla en su soporte. Los alumnos intentarán que la burbuja o, mejor dicho, las burbujas se estabilicen justo en el centro. Verán que no es preciso hacer una marca a cada lado (como con los niveles comprados cuyos tubos tienen una forma semejante a la de un puente) ya que, con la más mínima inclinación, la "burbuja" se va hacia uno de los extremos de la ampolla.

A continuación, los alumnos usarán los niveles espontáneamente con las mesas, los estantes, los bancos, etc. para comprobar si son horizontales, pero a menudo se conformarán con ponerlos en una sola posición que suele ser paralela a un borde. Desafíelos a que traten de centrar la burbuja sobre una mesa ligeramente inclinada, por ejemplo, con un libro puesto debajo de una de las patas. Después de varios intentos podrán lograrlo y entonces entenderán que hay que colocar los niveles al menos en dos posiciones muy distintas sobre un objeto para poder estar seguros de su horizontalidad.

Descubrir experimentalmente el ángulo recto

Con las hojas grandes de los trazados de los recipientes con agua colgadas todavía en su sitio, sugiérales a los alumnos, si es que aún no lo han pensado solos, que vuelvan a usar las plomadas acercándolas a los dibujos para ver si no hay algo interesante que observar… *"La plomada forma con la recta de la superficie del agua un cruce que se parece a un signo más o de suma".*

Dele una hoja pequeña de papel de color a cada grupo y pregúnteles si no se podría insertar la hoja en el *"cruce"*. Los alumnos ven enseguida que no sólo se puede hacer coincidir la hoja de color con cada uno de los cuatro sectores de los *"cruces"* sino que además, haciéndola girar, cada una de sus *"esquinas"* va a coincidir (figura 4). *"¡En el cruce se podrían poner también cuatro escuadras como las de mi hermano! Con la escuadra mi hermano traza ángulos rectos como los que nos pedían que mostráramos en el cuestionario"*.



Los alumnos buscarán inmediatamente a su alrededor objetos con ángulos rectos, y los hay a montones. Por otra parte, tratarán de trazar ángulos rectos con una escuadra y podrán observar, además, que ésta no es necesaria cuando se emplea papel milimetrado o cuadriculado (pero solamente si uno de los lados del ángulo recto coincide o es paralelo a una de las rayas).

Así, al descubrir que lo que es *"bien derecho" es* vertical y lo que es *"bien plano"* es horizontal, y que el *"cruce"* de ambos da un ángulo recto como el de la escuadra, los alumnos entenderán que los gnomones tendrán que cumplir con estos requisitos para ser totalmente fiables entre sí.

Tarea optativa (Secuencia 2)

Actividades sobre la brújula

Duración: una sesión de 30 a 45 minutos.

Lugar: el aula de clase y luego un sitio al aire libre.

Material

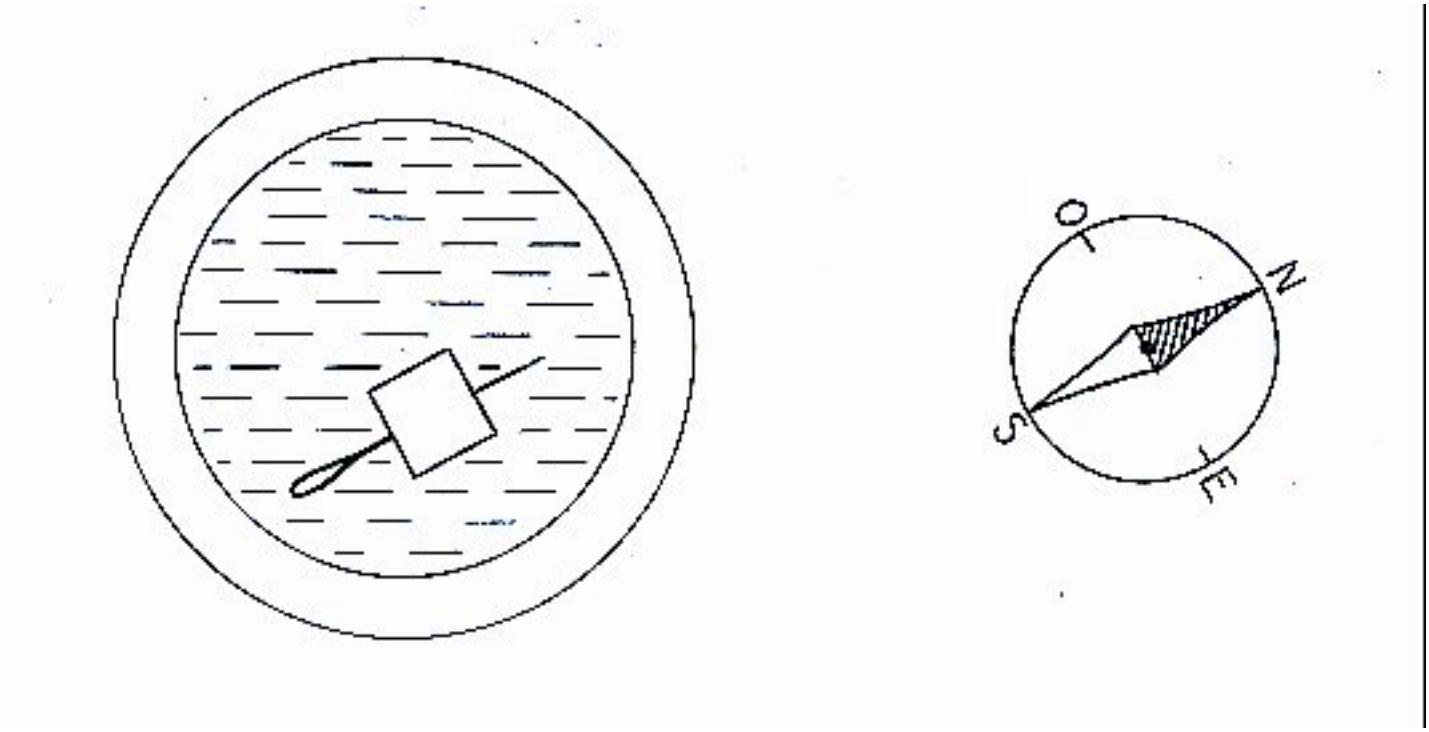
Para cada grupo de 4 o 5 alumnos
- una pequeña brújula común

Para fabricar una "brújula flotante"
- una aguja de coser lana,
- un imán,
- un cuadrado de poliestireno,
- un plato de plástico con agua,
- ¡una esponja o un trapo para limpiar!

Fabricación experimental

Cuando tengan todos los elementos con los cuales podrán fabricar una brújula flotante, los alumnos intentarán primero hacer que flote el imán apoyándolo sobre el cuadrado de poliestireno. Tratando de apoyarlo sucesivamente sobre todas sus caras, especialmente el costado, en un momento dado, el imán comienza a girar y luego a orientarse insistentemente en cierto sentido. Una brújula testigo (aunque puesta no muy cerca del plato en el que está el imán ya que de lo contrario perdería el norte...) confirma que esa orientación tiene que ver necesariamente con la dirección norte-sur. Basta con hacer que la aguja se adhiera entonces al imán de forma que la punta señale el norte.

Sin embargo, esta construcción es sumamente inestable... Por tanto, ¡habrá que aceptar el reto de utilizar el imán sin apoyarlo en el flotador! ¡Un verdadero quebradero de cabeza! Dígales a los alumnos que habrá que transmitirle a la aguja el magnetismo del imán… Los alumnos terminan por frotar la aguja con el imán, sin saber bien cómo hacerlo. De hecho, hay que frotar siempre para el mismo lado, sin ir y venir, y al menos unas veinte veces. Luego, ya magnetizada, se perfora con la aguja el borde del cuadrado de poliestireno, atravesándolo de lado a lado, ¡y la brújula flotante está lista!



Observación: es posible que los alumnos vean que pasa algo extraño al colocar las agujas imantadas sobre el agua. La punta de algunas agujas se dirigirá efectivamente hacia el norte pero, en otras, el que se orientará hacia el norte será el ojo... Esto se debe a que ambos lados del imán tienen una polaridad opuesta (uno es negativo mientras que el otro es positivo). Por lo tanto, si se han frotado algunas agujas con el lado positivo y otras con el lado negativo, aparecerán "cabeza abajo" en relación con el norte.
Es muy fácil poner de manifiesto esta doble polaridad. Teniendo dos imanes (preferiblemente "desnudos"), acercarlos frente a frente. Según los lados enfrentados, se atraen (polaridades opuestas) o se repelen (polaridades idénticas). Después podemos entretenernos frotando unas agujas con un lado y otras con el otro, para probar esta doble polaridad, y tratando de predecir lo que ocurrirá.

Otras actividades

Completaremos esta experiencia con un estudio de los 4 puntos cardinales y las direcciones intermedias (las que indica la rosa de los vientos, noreste, noroeste, sureste, suroeste, pero también nor-noreste, noreste-este, etc.).
Luego podremos proponer también actividades de orientación, durante las cuales los alumnos tratarán de establecer lo mejor posible la orientación de un elemento del paisaje (edificio, pórtico, árbol, colina, etc.) sin pretender evaluarla en términos de ángulo hasta tanto no hayan asimilado este concepto y aprendido a usar un transportador.
Para terminar, los alumnos aprenderán a situarse en un mapa, primero orientando este último como corresponde con relación al norte de su brújula y después estableciendo la dirección de un sitio en relación con otro.

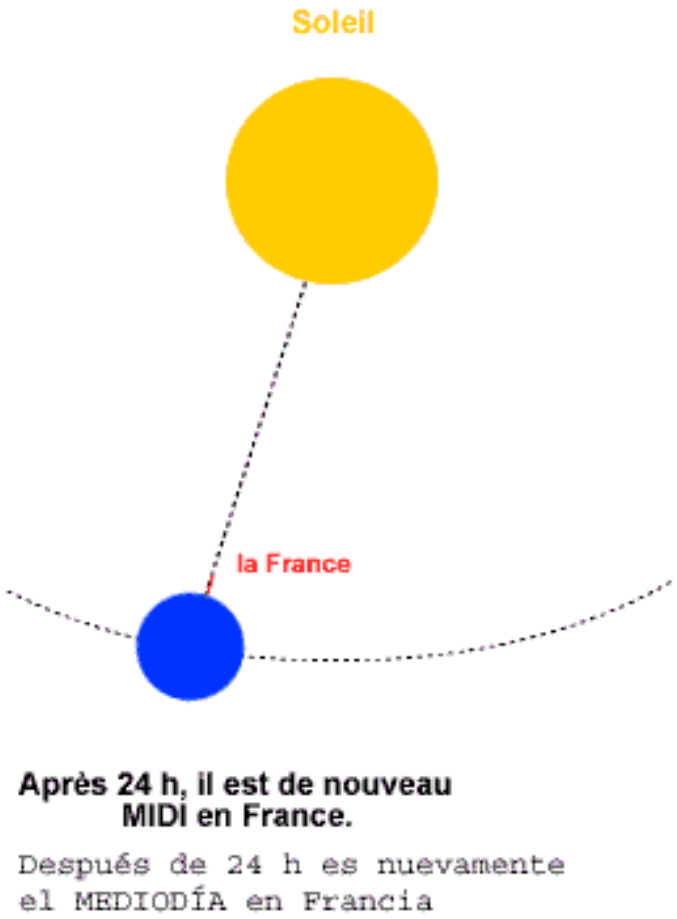
Secuencia 2

Asistencia técnica para la secuencia 2

La segunda secuencia le propone observar la trayectoria del Sol a través del cielo, a lo largo del día. Ésta es producto de la rotación de la Tierra alrededor de su eje norte/sur en 24 horas. La variación de esta trayectoria a lo largo del año se debe a la inclinación de dicho eje de rotación con respecto al plano de la órbita terrestre y a la revolución de la Tierra alrededor del Sol en aproximadamente 365 días. Veamos detalladamente estas nociones.

Rotación de la Tierra

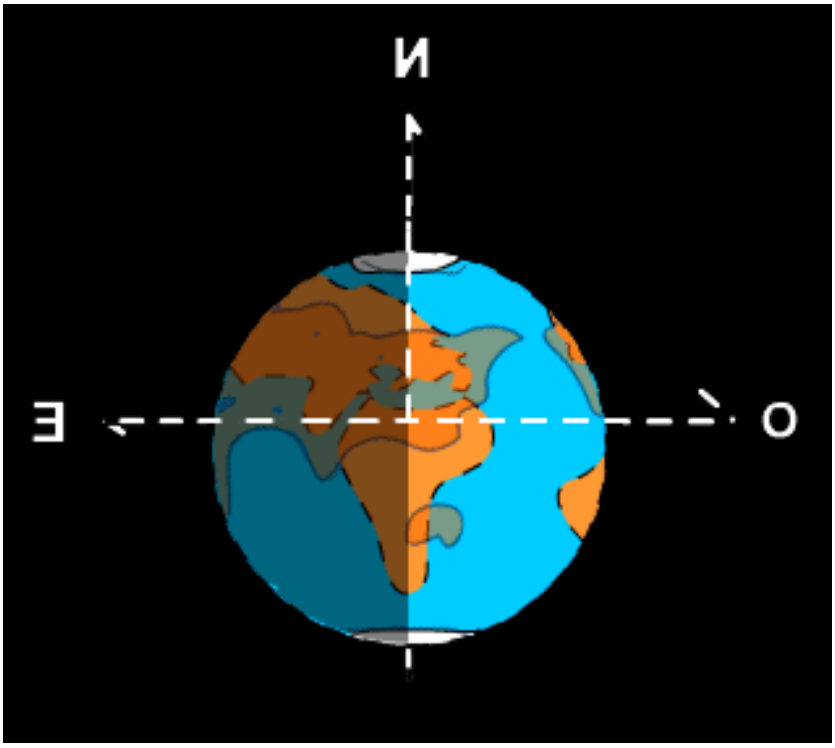
La alternancia de los días y las noches es probablemente el fenómeno astronómico más evidente y decisivo para los seres vivos. La Tierra gira sobre sí misma de oeste a este en 23 horas 56 minutos en relación con las estrellas distantes (prácticamente inmóviles). En un día, la Tierra gira asimismo alrededor del Sol en algo menos que un grado, con lo cual la duración del día solar, que es en promedio de 24 h, se alarga ligeramente. Veinticuatro horas es el tiempo que separa dos pasos del Sol por el meridiano.



Durante mucho tiempo se creyó que la Tierra permanecía inmóvil en el centro del Universo y que el conjunto de astros giraba alrededor de ella. Aristarco de Samos (310-230 a. de J. C.) estableció las bases de la cosmología actual afirmando que la Tierra giraba alrededor del Sol en un año y sobre sí misma "como un trompo" en un día. Su sistema llegó hasta nuestros días gracias a los escritos de los historiadores griegos y a los de sus contemporáneos, como Arquímedes. El polaco Nicolás Copérnico (1473-1543) retomó sus ideas y fue el primero que se atrevió a definir la Tierra como un planeta como los demás, con lo cual revolucionó no sólo la astronomía sino también el pensamiento humano en su conjunto.

Trayectoria del Sol en el cielo a lo largo de un día

El movimiento de rotación de la Tierra sobre su eje norte/sur nos da la impresión de que el Sol y las estrellas giran por encima de nosotros en el sentido inverso, saliendo por el este, culminando al mediodía en dirección al sur (en el hemisferio norte) y poniéndose finalmente por el oeste.



Cabe, pues, explicar la noción de "mediodía solar". Es el momento exacto en que el Sol está en el punto culminante del cielo, es decir, el momento en que las sombras que proyecta son más cortas. Su trayectoria en el cielo es perfectamente simétrica en relación con su posición al mediodía solar, o sea, como el nombre lo indica, a la mitad del día o, en otras palabras, a la mitad del período de irradiación solar. Queda claro que no se trata del mediodía de nuestros relojes. Además, ese instante varía en varias decenas de minutos a lo largo del año, pero ya hablaremos de ello durante las próximas secuencias.

Ideas falsas

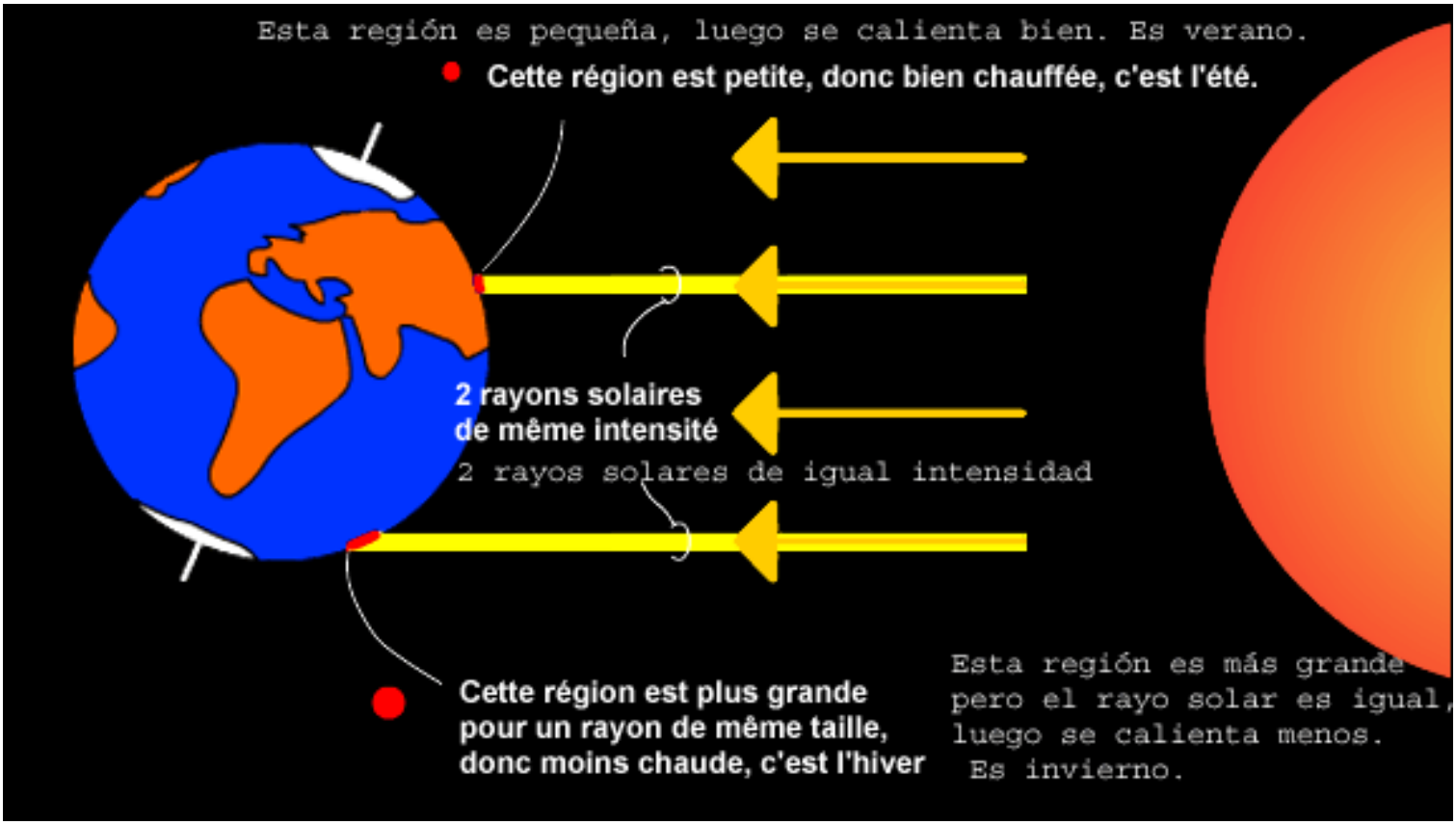
Se suele creer erróneamente que el Sol sale exactamente por el este y se pone por el oeste. Esto no es así, o más bien es exactamente así sólo dos días al año, en los equinoccios, o sea, en las fechas en que el día y la noche tienen la misma duración. En invierno, el Sol sale por el sureste y se pone por el suroeste, por lo cual su trayectoria en el cielo (del hemisferio norte) es más corta. En verano, el Sol amplía su trayectoria hacia el norte, alargando así el período de irradiación solar diaria. Por supuesto, en el hemisferio sur ocurre lo contrario. ¿A qué se deben, pues, estas variaciones?

Inclinación del eje de rotación

La Tierra da una vuelta alrededor del Sol en un año (365,25 días), dibujando una trayectoria, denominada órbita, que se sitúa en un plano que se llama eclíptico. Tal como ocurre con un trompo cuando gira, la Tierra se desliza por un círculo (más exactamente por una elipse) de unos 150 millones de km de radio. Su particularidad es que el eje de rotación está inclinado en relación con el plano eclíptico; el eje que une los polos tiene una inclinación de 23,5 grados y apunta siempre hacia el mismo sitio en relación con las estrellas (hacia la célebre estrella polar).

El fenómeno de las estaciones está asociado a esta inclinación y no a la variación de la distancia entre la

Tierra y el Sol. Cuando el hemisferio boreal se calienta por efecto del sol estival, o sea, cuando la Tierra expone su hemisferio boreal a los rayos solares, el hemisferio austral padece el frío del invierno. Por eso el polo norte está permanentemente iluminado durante el verano mientras el polo sur está sumido en la oscuridad. Como el eje de rotación norte-sur siempre está orientado en la misma dirección, seis meses después se produce la situación inversa.



¡Cuidado con la noción de norte y sur!

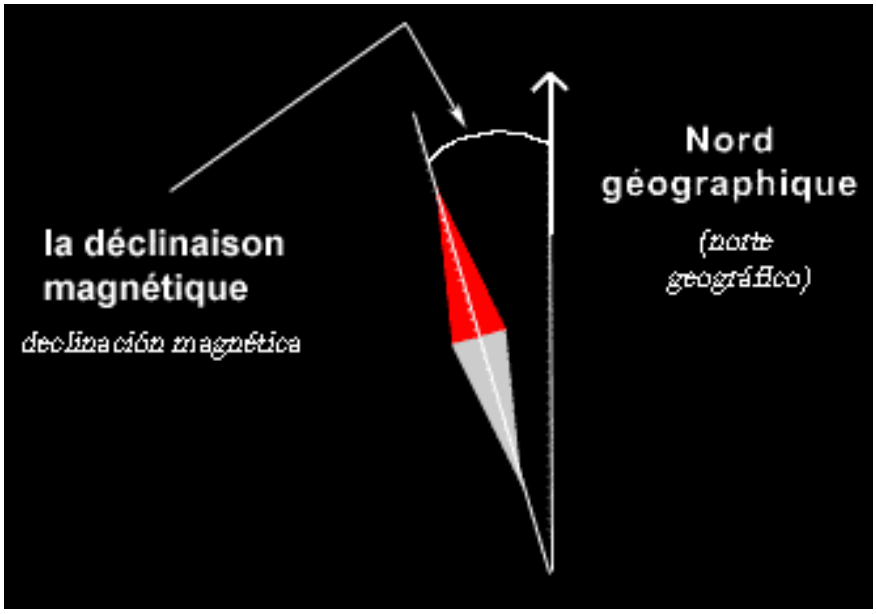
Hasta ahora hemos hablado exclusivamente del norte geográfico, es decir, de la dirección en la que se encuentra el polo norte desde un punto de observación. Este polo norte no es sino el punto en que el eje de rotación atraviesa la superficie terrestre. Para hallar exactamente el norte, empleamos habitualmente una brújula.

Ahora bien, ¿cómo funciona una brújula?

"El uso de la brújula puede despertar la curiosidad acerca del magnetismo pero habrá que tener cuidado con las explicaciones y limitarse a un pequeño número de afirmaciones
sobre un tema muy complejo.
La aguja de una brújula es un imán que tiene un polo norte y un polo sur (el uso del término "polo" se acepta por extensión y analogía con respecto a los de la Tierra). Dos
imanes pueden atraerse o repelerse según las posiciones relativas de los polos. Por eso, siempre hay que colocar una brújula lejos de cualquier material magnético o imán. Los objetos sin imantar que contienen hierro se imantan al acercarles un imán (por ejemplo, alfileres o clavos). Un imán atrae también algunas monedas porque contienen níquel. Asimismo, una bobina de cable eléctrico conductor se comporta como un imán cuando es atravesada por una corriente." (Extracto traducido de la ficha "Connaissance" N°15 del Ministerio francés de Educación Nacional disponible en el sitio http://www.eduscol.education.fr/)

No obstante, hay que aclarar que los dos polos magnéticos (norte y sur) de la Tierra no coinciden exactamente con los polos geográficos y que, por otra parte, se desplazan lentamente con el correr de los años. Por

consiguiente, hay que corregir la dirección indicada por la brújula para dar con el norte geográfico. Dicha corrección, que se denomina declinación magnética, depende de nuestra posición en la Tierra y de la fecha. No se explicará a los alumnos este aspecto del magnetismo.



Sepa simplemente que la dirección norte-sur que indica la brújula se aparta ligeramente (unos grados nada más) de la dirección de los polos geográficos, que podrá conocer más exactamente por la dirección de las sombras al mediodía solar. ¡Diviértase con sus alumnos midiendo todo esto!

Secuencia 2

Asistencia técnica para la secuencia 2

La secuencia 2 aborda las nociones de vertical y horizontal. Localmente, estas nociones son muy intuitivas pero, a escala de nuestro planeta, su comprensión necesita explicaciones detalladas.

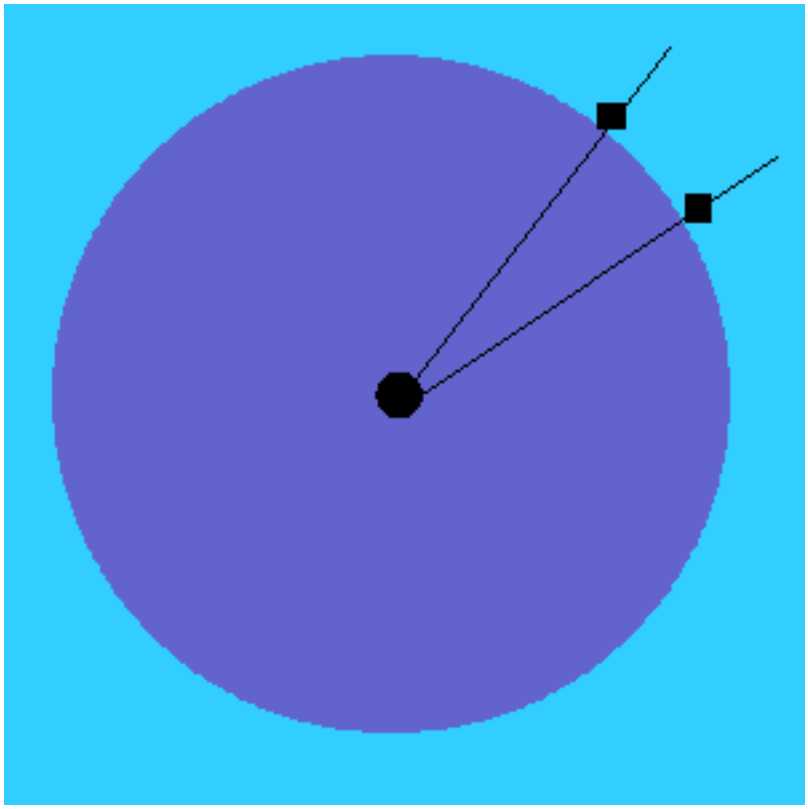
Imaginarse la vertical y la horizontal

La vertical en un punto dado es la dirección determinada por una plomada. Una masa cualquiera colgada del extremo de un hilo le da a este hilo un tensión que sigue una recta cuya dirección es la vertical del lugar.
La horizontal es una recta contenida en el plano de la superficie de un líquido en reposo. Este plano se obtiene generalmente con un "nivel de aire", que es una regla plana, lo más larga posible, que tiene un pequeño recipiente con agua y una burbuja de aire. Cuando el nivel está horizontal, la burbuja está perfectamente centrada en la superficie superior del recipiente; de lo contrario, se escapa hacia uno de los bordes.

En un punto dado hay una vertical y un sinfín de horizontales. En el patio de la escuela, todas las verticales son paralelas entre sí y perpendiculares a las horizontales. En cambio, en la superficie de la Tierra, las verticales (al igual que las horizontales) no son todas paralelas entre sí sino que convergen en el centro de la Tierra.

Para persuadirnos, podríamos medir las variaciones de la orientación de una plomada.
Si midiéramos el ángulo que forman 2 plomadas distantes 111 km (lo cual corresponde a 1° de latitud), encontraríamos una diferencia de 1°.
Si se tratara de 2 plomadas distantes 1 km, mediríamos una diferencia de 1/100 de grado, o sea, 36 segundos. Si la referencia fueran los 10 metros que puede tener un aula de clase, sería 0,36 segundo, lo cual es menos que la precisión de nuestro transportador.
El ángulo que forman las verticales puede medirse en puntos distantes varias centenas de kilómetros.

Sabemos que la Tierra es redonda pero a nuestra escala parece llana. ¿Cómo asociar estas dos visiones? Nuestro entorno cercano (las calles, las paredes del patio, etc.) se situá en una porción de esfera terrestre tan pequeña que puede considerarse plana.
A escala del planeta, la vertical del sitio en que estamos no es sino la prolongación del radio que une el centro de la esfera a nuestra posición puntual en la superficie. Por eso, cuando vamos de un lugar a otro (del norte al sur del país, por ejemplo), los radios cambian de dirección, determinando cada vez una vertical distinta.
Por supuesto, si ese desplazamiento es limitado en el espacio, como de un lado al otro del patio, la dirección de los radios es prácticamente la misma.



A escala del planeta, la horizontal está contenida (localmente) en el plano tangente a la superficie terrestre (esférica). En distancias cortas, los planos tangentes se superponen, de forma tal que si pusiéramos dos tableros horizontales en los extremos del aula no parecería que uno está inclinado en relación con el otro, y no porque el ángulo entre ambos sea nulo sino porque es demasiado pequeño como para que podamos medirlo. Recuerde que el radio de la Tierra es aproximadamente de 6.370 km. Por lo tanto, hacen falta dimensiones horizontales suficientemente grandes (al menos unas decenas de kilómetros) para que podamos observar la curvatura (un horizonte despejado al borde del mar, por ejemplo).

Entender la vertical y la horizontal

¿Cuál es, pues, el "denominador común" que hace que podamos entender la naturaleza física de estas dos nociones? Evidentemente, la gravitación. Es la fuerza gravitaroria la que "atrae" el peso que tensa la plomada. Es esta misma fuerza la que atrae el agua y hace que la superficie del líquido sea horizontal.

Ahora bien, ¿qué es exactamente la gravitación?

Podemos considerar que es una propiedad de la materia: "la materia atrae la materia". Dos cuerpos se atraen mutuamente y, cuanto mayor es su masa y menor la distancia que los separa, más se atraen. Por ejemplo, si soltamos un trozo de tiza caerá al suelo, porque la Tierra y la tiza se atraen mutuamente.

¿En qué dirección?

En realidad, cada punto o cada partícula que forma la Tierra atrae la tiza pero, a causa de la forma esférica de la Tierra, (y también por motivos de homogeneidad de la repartición de las masas en las distintas capas que conforman la estructura interna de la Tierra), podemos considerar que la masa de la Tierra se concentra en su centro de masa (que, en primera instancia, podemos situar en el centro de la Tierra). Por consiguiente, la atracción de la Tierra sobre la tiza estará dirigida hacia el centro de la Tierra. Por eso la plomada se dirige hacia el centro de la Tierra y materializa la vertical en un punto dado. El hilo se tensa señalando el "centro de las masas terrestres". De esta forma, al caer (si lo soltamos en lugar de lanzarlo), el trozo de tiza sigue también la vertical.

¿Y qué ocurre entonces con la horizontal?

Con todas las partículas de una cantidad de agua ocurre exactamente lo mismo: el centro de la Tierra las atrae. En equilibrio, o sea, en reposo, todas las partes de la superficie de un recipiente de agua estarán a igual distancia del centro de la Tierra. Por eso la superficie de un líquido en un recipiente es paralela a la superficie terrestre y, a nuestra escala, dibuja un plano horizontal mientras que, a escala del planeta, sigue la curvatura terrestre. Localmente, la superficie del océano (¡sin olas!) es plana pero a escala del globo es una esfera.

Para profundizar

¿La vertical pasa realmente por el centro de la Tierra? La respuesta sería afirmativa si la Tierra fuera perfectamente esférica y si la repartición de las masas que la componen fuera perfectamente simétrica con relación al centro de dicha esfera. En realidad, está demostrado que la Tierra es más bien un elipsoide que una esfera. Más exactamente, es ligeramente plana en los polos. Es como si la Tierra fuera "más gorda" a la altura del ecuador. Esta disimetría morfológica produce una ligera desviación de la resultante de las fuerzas de atracción gravitacional que actúan sobre la plomada. Ésta se encuentra, de hecho, algo inclinada hacia el ecuador y no señala exactamente la dirección del centro de la Tierra sino la dirección del "centro de las masas" que componen nuestro planeta.

Secuencia 3

Descubrir el mediodía solar

Introducción

En esta secuencia, los alumnos van a tener que descubrir en qué momento se produce el misterioso mediodía solar. Luego reproducirán este momento en una simulación con una linterna, representando la trayectoria del Sol por encima de sus gnomones. Más tarde, iluminando dos mini-gnomones sujetos a un globo, reanudarán inesperadamente con las observaciones de Eratóstenes al mediodía solar en Alejandría y Siena.
Recordemos que el mediodía solar es el momento en que el Sol se encuentra en la mitad de su trayectoria diaria por el cielo, o sea, el momento en que alcanza su altura máxima por encima del horizonte hacia el sur (o hacia el norte, según la posición geográfica; vea la nota más abajo). En ese instante, las sombras alcanzan su más mínima expresión y se orientan hacia el norte (o el sur). Dicho sea de paso, se trata del norte (o del sur) geográfico (o sea, del polo norte o sur), que difiere levemente del norte (o sur) magnético que nos proporciona una brújula. Si sus alumnos no perciben esta diferencia en sus experiencias, la palabra norte (o sur) significará indistintamente ambas direcciones. Recordemos también que los sitios de igual longitud, es decir, situados en el mismo meridiano terrestre, ven el punto culminante del Sol en el cielo en el mismo instante.

Nota: en las regiones del hemisferio norte situadas al norte del Trópico de Cáncer, la sombra al mediodía solar apunta hacia el norte durante todo el año. En el hemisferio sur sucede lo contrario en las regiones situadas al sur del Trópico de Capricornio: la sombra apunta hacia el sur. En las regiones situadas en la zona intertropical es más complicado, ya que el Sol pasa por la vertical (el cenit) en distintas direcciones a lo largo del año. Según la situación de la región, la sombra empieza dirigiéndose hacia el norte durante un semestre y luego hacia el sur en el semestre siguiente, o viceversa. Para no complicar demasiado nuestro texto, hemos optado por el caso de las clases que están situadas al norte del Trópico de Cáncer. Las escuelas situadas al sur del Trópico de Capricornio y, según la época del año, las que estén en la zona intertropical, tendrán que "invertir" los términos norte y sur para poder seguir la progresión del Sol.

Nociones abordadas

Forma de la trayectoria del Sol. Evolución de la altura del Sol a lo largo del año. Noción de mediodía solar. Sentido de la rotación de la Tierra. Primera aproximación a la noción de meridiano terrestre.

Preparativos: replantear el enigma del mediodía solar

En la secuencia anterior, los alumnos ya se han visto confrontados al enigma del mediodía solar al observar la evolución de la sombra de sus gnomones con el paso de las horas. La sombra giraba y se iba acortando hasta la mitad de la jornada para luego volver a alargarse. Los trazados efectuados tenían la forma de un abanico abierto hacia el norte, dirección por la que la sombra pasaba en un momento dado aún sin determinar.
Para despertar aún más la curiosidad de los alumnos, pídales que lean el siguiente texto complementario:

Desde hace largo tiempo, mucho antes de que existiera Eratóstenes, se acostumbraba a mirar la progresión de la sombra de un palo (o de un obelisco) para seguir la trayectoria del Sol a lo largo del día y también a lo largo del año. Se hacían marcas que indicaban la punta de la sombra y así ésta servía como péndulo a lo largo del día y como calendario de una estación a otra. Sin embargo, lo más sorprendente era que la sombra, en un instante preciso del día, podría servir al mismo tiempo como

péndulo y como calendario. Era el instante, que se denomina mediodía solar, en que su tamaño era el más pequeño posible. Todos esperaban ese instante, no sólo Eratóstenes para realizar sus mediciones sino también las caravanas y los constructores de pirámides, por otro motivo que habráis de descubrir junto con el misterioso instante del mediodía solar.

A partir de los comentarios y discusiones a los que dará lugar la lectura del texto, resultará obvio que lo primero que hay que hacer es descubrir a qué corresponde el mediodía solar. Esto será posible gracias a una nueva sesión de medidas, que permitirá además aclarar algunos puntos oscuros del relato anterior, ya sea enseguida, ya sea más tarde, durante el año, mediante 2 o 3 observaciones más.

Sumario de la secuencia

1) Descubrimiento del mediodía solar mediante nuevas observaciones
2) Uso de la sombra como *"péndulo"* y luego como *"calendario"*
3) Simulación de la trayectoria del Sol que culmina al mediodía solar
4) Simulación del mediodía solar con ayuda de un globo

---

1) Descubrimiento del mediodía solar mediante nuevas observaciones

Duración: actividad puntual que se ha de reiterar, si es posible, cada hora, durante un día de sol, y más seguido todavía a la hora del almuerzo.

Lugar: un sitio soleado durante todo el día.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos
- un gnomon de la serie de gnomones idénticos (vea la secuencia 2, parte 3) y el material necesario para ajustarlo (secuencia 2, parte 4)
- una brújula,
- un compás,
- una regla,
- una segunda regla hecha en papel milimetrado,
- una hoja de papel de calcar.

Discusión acerca del mediodía solar

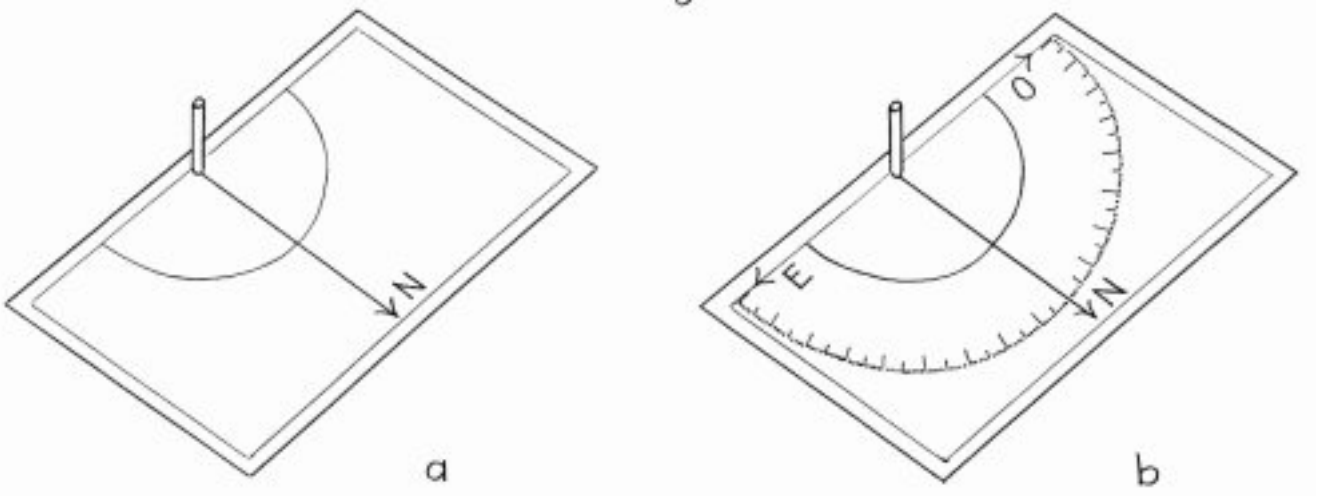
Durante las observaciones anteriores, los alumnos descubrieron que la del "mediodía exacto" (12 h) no tenía nada en particular porque después la sombra seguía acortándose y su dirección parecía sin importancia en ese momento. En cambio, ahora sentirán curiosidad por saber a qué hora la sombra coincidirá con el norte y será lo más corta posible. Los alumnos tendrán distintas hipótesis, que anotarán en su cuaderno de experiencias. De la discusión saldrá la conclusión de que la única forma de encontrar la repuesta a este interrogante es volver a poner los gnomones al sol

Prepararse para la "caza" del mediodía solar

Todos coinciden en que las observaciones a realizar durante el período supuesto en que va a producirse el mediodía solar tendrán que ser muy seguidas unas de otras. Como ese período suele coincidir con el descanso del mediodía, ¡esperemos que la mayoría de los alumnos almuercen en la escuela! (Tendrán que turnarse para que esta actividad no interfiera con la organización del comedor). Durante ese período, cada grupo de 3 a 5 alumnos será libre de elegir el instante en que comenzarán las operaciones y el ritmo al que efectuarán las medidas.

Para poder vigilar mejor el momento en que, por un lado, la sombra coincidirá con el norte según lo indicado por la brújula, y por el otro lado, será lo más corta posible, pídales que tracen, con un compás, en una hoja (que colocarán por debajo del papel de calcar) un semicírculo cuyo radio sea aproximadamente igual a la longitud de la sombra más corta establecida en las observaciones anteriores. A continuación, centren la hoja en la base del palillo de dientes y tracen a partir de ésta última una semirecta que divida el semicírculo en dos y que se alineará con el norte magnético durante las observaciones (Fig. 1a). De esta forma, los alumnos podrán ver inmediatamente no sólo la variación de la longitud de los trazados de la sombra corta en relación con el semicírculo sino también la dirección de dichos trazados con respecto a la semirecta (que también ha de figurar en el papel de calcar).

Fig. 1

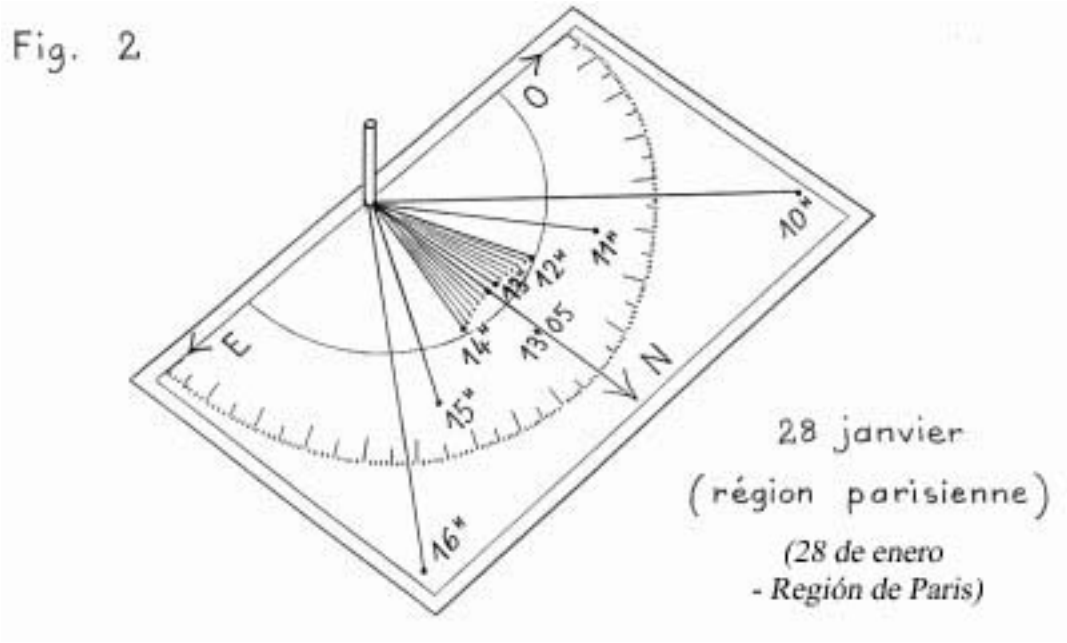


Si a sus alumnos les gusta realizar mediciones, midiendo cada sombra podrán evaluar incluso el ángulo que forma con el norte (o con el este o el oeste, si se trata de las sombras de la mañana o de la tarde). Para eso tendrán que ampliar con una fotocopiadora un transportador de plástico y recortar luego el arco externo con la graduación y sin las cifras. Fotocopie este arco hasta que alcance un formato bastante grande (Fig. 1b). En una hoja A4, por ejemplo, los grados estarán separados entre sí por unos 2 mm, con lo cual la precisión será de un tercio de grado.

Medir las sombras

Para tratar de aclarar a la vez el misterio de la "sombra péndulo" y la "sombra calendario", los alumnos percibirán la necesidad de medir las sombras cada hora, además de las medidas más repetidas del descanso del mediodía. Para no desorganizar el ritmo de las clases, es conveniente que todos los grupos procedan simultáneamente a medir estas sombras extras, al dar cada hora, pero si este ritmo plantea demasiados problemas siga el ritmo, más flexible, de las anteriores observaciones (vea la secuencia 2, parte 1) y anote atentamente la hora y los minutos de cada una de ellas.
El primer día de sol, ajuste los gnomones, oriente cuidadosamente la semirecta del papel de calcar hacia el norte, escriba la fecha y pídales a los alumnos que midan la sombra a cada hora de la mañana, incluyendo el mediodía exacto. Algunos querrán evaluar el ángulo de los trazados en relación con el oeste para deducir la orientación, opuesta, del Sol.

A continuación, durante el descanso del mediodía, por turnos dentro de cada grupo y después de haber sincronizado todos los relojes, los alumnos medirán las sombras más seguidas según la frecuencia acordada, sin pasar por alto la medida de las 13 h exactas. Cada vez hay que tomar nota del día, la longitud de la sombra medida con la regla de papel milimetrado e incluso el ángulo en grados con respecto al norte, y por supuesto habrá que indicar también el momento en que la sombra coincide con la semirecta. Después se sigue con una medición por hora hasta las 16 o las 17 h.



Interpretar las medidas del descanso del mediodía

En cuanto empieza la clase por la tarde, es decir, justo después del período supuesto en que se produce el mediodía solar, los alumnos se reúnen para examinar los trazados, que después se colocarán nuevamente sobre las bases de los gnomones para realizar las últimas mediciones.
Cada grupo ya habrá observado in situ que la longitud de la sombra variaba muy poco alrededor de la semirecta que indicaba el norte y que la falta de precisión del extremo de la sombra implicada una dificultad más para hacer comparaciones exactas. Sin embargo, ahora todos estarán convencidos de que el momento en que la sombra es lo más corta posible, aunque ello no haya sido probado de forma definitiva, tiene algo que ver con el instante en que la sombra pasa por el norte. ¿Cómo podríamos comprobarlo?
Como cada grupo midió la sombra en distintos momentos durante el período supuesto del mediodía solar, superponiendo dos o tres calcos, vamos a poder tener una mayor "densidad" de medidas por transparencia en el abanico de trazados de la zona que nos interesa. Buscaremos entonces la mejor "candidata" posible entre todas las sombras que puedan considerarse "la más corta". Y para satisfacción de todos, resultará efectivamente que coincidirá con la semirecta.

Pese a lo anterior, puede ser que paradójicamente algunos trazados muy bien hechos pongan de manifiesto una ligera desviación entre esta sombra y el norte. En tal caso, habrá que explicarles que el norte que indica la brújula no es el mismo que el "verdadero" norte que indica la sombra, o sea el norte geográfico que corresponde al polo norte, y que hay un medio para determinar este último, tal como veremos más adelante (vea la actividad referida al trazado de la meridiana de un determinado lugar, mencionada al final de la secuencia).

Concluir el descubrimiento del mediodía solar

Seguidamente pídales a los alumnos que describan la posición del Sol en ese momento. Digamos que contestarán sin la más mínima duda: *"el Sol está en lo más alto del cielo y justo hacia el sur (o hacia el norte, según la posición geográfica en la que Ud. se encuentre; vea la nota al inicio de la secuencia)"*. Esta es una buena definición de ese misterioso mediodía solar, clave fundamental de la experiencia de Eratóstenes.

Ahora muestre en la pizarra la hora correspondiente al trazado de esa sombra. Como los alumnos preguntarán sin duda por qué esa hora no coincide con el mediodía de nuestros relojes, dígales que es por motivos prácticos que ya no vivimos según la hora del Sol y que ya entenderán por qué en una simulación posterior (vea el final de la secuencia).

Al final de esta jornada memorable, fotocopie la parte del calco que sirvió para determinar la hora del mediodía solar para que los alumnos la pongan en su cuaderno de experiencias. Con un color marcarán el trazado de la sombra y la hora correspondiente, y comentarán los resultados. Más tarde, observarán que la hora del mediodía solar *según nuestros relojes* varía, en el transcurso de las semanas, en unos 20 minutos aproximadamente (más una hora si el país cambia de hora en verano).

Al final de la secuencia, veremos cómo conocer dicha hora con exactitud cada día del año y en cualquier lugar, de forma rápida y sencilla. En la Francia metropolitana, se sitúa alrededor de las 13 h según el horario de invierno y de las 14 h según el horario de verano. Sin embargo, las regiones situadas más al este (que ven la salida del Sol antes que los demás) tendrán un adelanto de una media hora mientras que, en el extremo opuesto, al oeste, el mediodía solar será casi 20 minutos más tarde.

---

2) Uso de la sombra como *"péndulo"* y luego como *"calendario"*

Duración: al día siguiente de la actividad anterior (o cuanto mucho 8 días después), una observación puntual por hora (si es posible) durante un día de sol. Luego reitere la actividad varias veces a lo largo del año.

Lugar: un sitio soleado durante todo el día.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos

- un gnomon de la serie des gnomones idénticos (vea la secuencia 2, parte 3) y el material necesario para ajustarlo y orientarlo (secuencia 2, parte 4),
- la hoja de papel de calcar con los trazados que se acaban de hacer,
- una hoja más de papel de calcar.

En los días y semanas sucesivos, mientras se vaya avanzando en el proyecto, los alumnos podrán aclarar los puntos oscuros del breve relato presentado al inicio de la secuencia. Veremos luego que con ello las simulaciones que se describen más adelante serán más ricas y completas.

Descubrir cómo la sombra puede usarse como *"péndulo"*

Si al día siguiente del memorable descubrimiento del mediodía solar (y si no, con suerte, en la semana siguiente), los alumnos volverán a poner sus gnomones al sol con la hoja de los últimos trazados. La mayoría ya se imagina que la sombra va a volver a estar a la misma hora por encima de cada trazado y estas nuevas observaciones les darán la razón. *"La sombra que gira es como si fuera un péndulo, nos vuelve a dar la hora al día siguiente"*. Hágales notar de paso que la sombra gira justamente en el sentido de las agujas del reloj. ¿Acaso este sentido fue elegido por eso cuando se fabricaron los primeros relojes? Pregúnteles luego si la sombra va a seguir cumpliendo con su función de *"péndulo"* en los días y semanas que siguen. Los alumnos anotarán sus hipótesis y argumentos en el cuaderno de experiencias. Más tarde ya lo comprobarán, y al mismo tiempo van a poder elucidar el misterio de la sombra como *"calendario"*.

Descubrir cómo la sombra puede usarse como "calendario"

Lo ideal sería volver a medir las sombras en distintas épocas del año para ver cómo evolucionan los abanicos con los trazados. Para eso, consulte la ficha de tareas optativas *Un calendario solar basado en los abanicos de sombras* .

Si no, proceda de la siguiente manera. Después de varias observaciones (y trazados) de la sombra a la hora del mediodía solar, bastará con que sus alumnos comparen las medidas obtenidas para darse cuenta de que la longitud de la sombra varía con el correr de los días (se va acortando del 21 de diciembre al 21 de junio y después alargando hasta el 21 de diciembre). Así entenderán por qué, de una estación a otra, esta sombra puede servir como calendario.

Además, un trazado muy exacto hecho a la hora del mediodía solar puede mostrar una ligera diferencia con el mismo trazado realizado una semana más tarde, lo cual revela que, *en relación con nuestros relojes*, el momento del mediodía solar no es exactamente el mismo que siete días antes. Otros trazados mostrarán que esa diferencia varía a lo largo del año, provocando fluctuaciones en la hora del mediodía solar según nuestros relojes. El motivo de esto es que los relojes no tienen en cuenta algunas irregularidades de los movimientos de la Tierra debidas a que el eje de los polos no es perpendicular al plano de la trayectoria de nuestro planeta alrededor del Sol y a que esta trayectoria no es circular sino ligeramente elíptica.

Después de participar en estas actividades, los alumnos habrán resuelto los puntos oscuros del relato. Ahora saben por qué las marcas de la sombra de un palo pueden señalar la hora que es al sol con una

precisión relativa durante algunos días pero también por qué el hecho que esto no sea válido a largo plazo permite, en cambio, situarse en las distintas estaciones del año. Además habrán entendido por qué la sombra a la hora del mediodía solar puede cumplir con estas dos funciones en el transcurso de las semanas, ya que su longitud varía. Y desde luego, con el descubrimiento del mediodía solar, habrán entendido el interés extra de esta sombra para las *"caravanas y constructores de pirámides"* : la dirección del norte hace que los primeros puedan orientarse durante sus desplazamientos y que los segundos puedan orientar sus edificios.
A propósito, si se documentan sobre las pirámides egipcias, los alumnos podrán descubrir que su planta a nivel del suelo (un cuadrado) está orientada con precisión en función de los cuatro puntos cardinales y que cada lado mira hacia una de estas cuatro direcciones. Asimismo, podrán ver que algunas pirámides estaban rodeadas de una muralla rectangular orientada de este a oeste y que la célebre esfinge de Giza mira derecho hacia el este, o sea del lado en que sale el dios Sol, Amón-Ra, y le da la espalda al oeste, o sea donde se construyen las tumbas y templos funerarios.

---

3) Simulación de la trayectoria del Sol que culmina al mediodía solar

Duración: 30 a 40 minutos (sin los esquemas).

Lugar: el aula de clase algo ensombrecida (o cualquier otro sitio).

Material

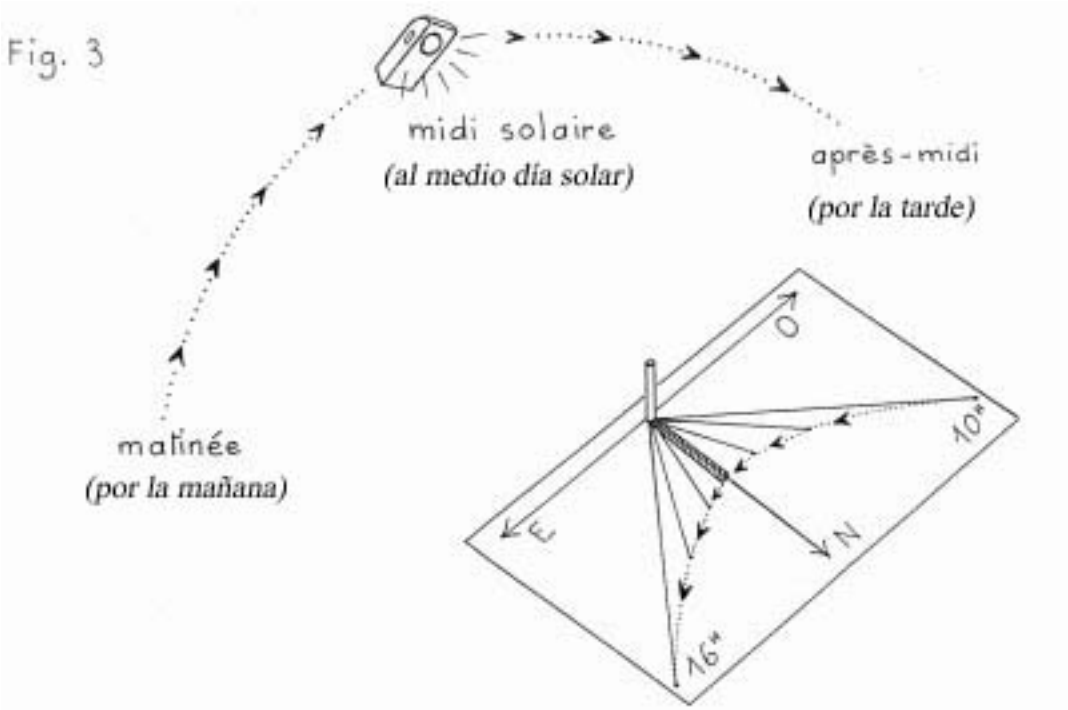
Para cada grupo de 3 a 5 alumnos
- el gnomon que se usó para descubrir el mediodía solar,
- la hoja de calcar con los trazados correspondientes,
- una hoja grande de papel blanco,
- una linterna.

Esta actividad les va a encantar a sus alumnos y quizás algunos de ellos ya hayan pensado en hacer la experiencia. Se trata de reproducir con una linterna —aceleradamente— el movimiento del Sol, utilizando los trazados de la sombra del famoso día en que los alumnos descubrieron el mediodía solar. Cada grupo colocará la hoja con el trazado de las sombras sobre la base de su gnomon y éste sobre una mesa.

Hacer coincidir las sombras en sus sucesivas posiciones

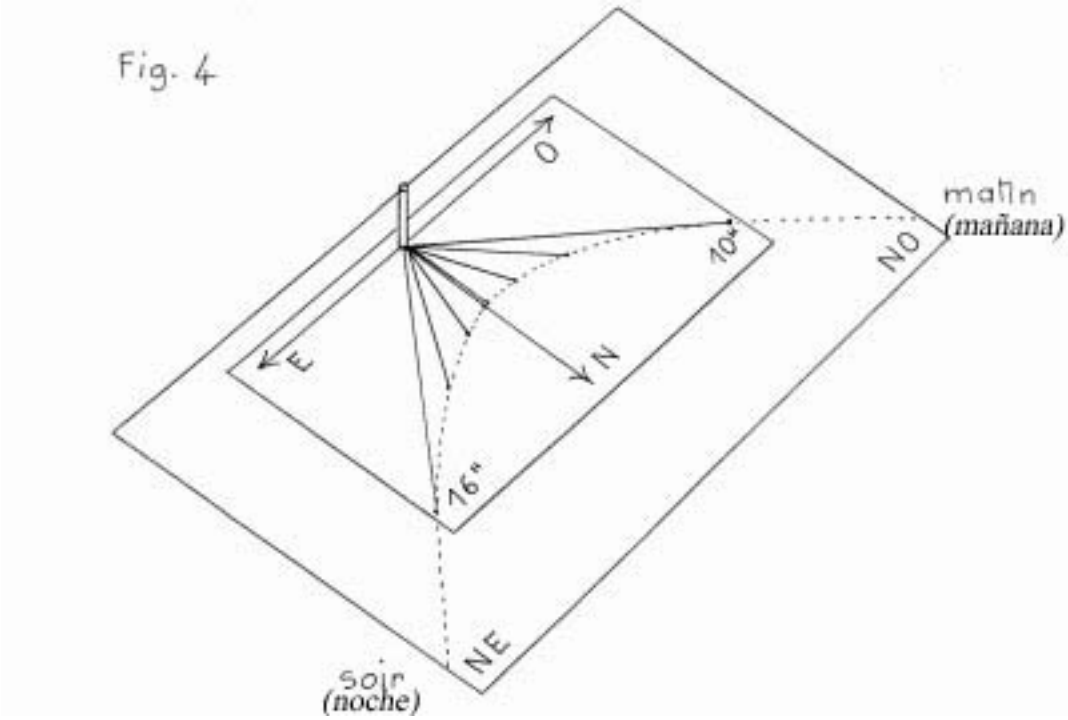
De a uno, iluminando el gnomon con la linterna, los alumnos irán tratando de hacer coincidir la sombra con los distintos trazados, de forma que también coincida la longitud. Los compañeros observarán

atentamente el movimiento de la linterna en sus dos aspectos: la rotación "por detrás" del gnomon y la variación de la altura. Ésta alcanzará su punto culminante, como corresponde y para satisfacción de todos, al mediodía solar. Al inicio, los alumnos irán probando y haciendo una pausa entre dos trazados, pero luego lograrán manejar la linterna de forma continua.



Simular la trayectoria del Sol desde que sale hasta que se pone

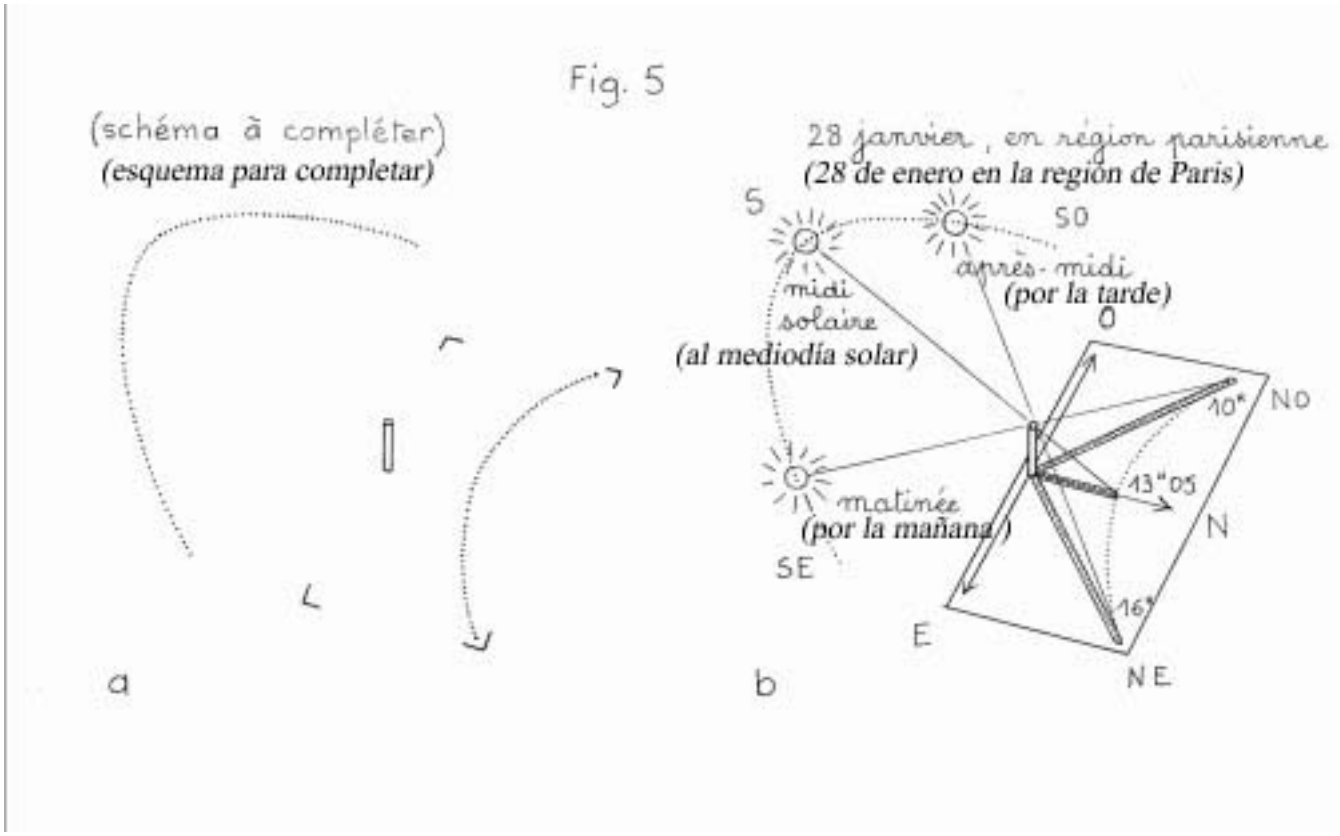
Partiendo de los trazados, propóngales ahora que deduzcan y simulen la trayectoria *completa* del Sol en el firmamento desde la mañana hasta la noche. Algunos alumnos intentarán prolongar el movimiento de la linterna hacia ambos lados mientras que otros analizarán la dirección y longitud de los trazados, tratando de deducir los que preceden y los que siguen. Probablemente sientan la necesidad de unir los extremos de los trazados existentes y prolongar la curva hacia ambos lados. Le pedirán una hoja grande de papel blanco que colocarán debajo de la hoja de calcar y luego prolongarán la curva a la derecha y a la izquierda del abanico. Empleando nuevamente la linterna, harán que la punta de la sombra siga la trayectoria de la curva, y ya verá cómo los que consigan hacerlo de forma continua harán alardes de haber conseguido *"imitar al Sol"*.



Aproveche para pedirles que establezcan, partiendo de esa curva, la dirección aproximada del Sol naciente y poniente. Más tarde, si vuelve a hacer la simulación después de realizar otros trazados, los alumnos constatarán que esas direcciones también varían. Después del solsticio de invierno, cuando sale por el noreste, el Sol sale cada vez más al este, punto que alcanza en el equinoccio de primavera; luego, la salida del Sol se desplaza hacia el sureste hasta el solsticio de verano, tras lo cual se invierte el sentido hasta el solsticio de invierno.

Esquematizar la simulación

Tras varios intentos, los alumnos se dan cuenta de que es difícil traducir satisfactoriamente esta simulación sin respetar la perspectiva, lo cual no es nada fácil para la mayoría de ellos. Entonces puede distribuirles unas fotocopias de la varilla del gnomon (el palillo de dientes), las dos curvas en líneas de puntos y las cuatro esquinas de la base (Fig. 5a). A partir de lo que figura en la hoja de calcar con los trazados, los alumnos tendrán que completar el esquema. Pero para no recargar la parte central del esquema sólo representarán los tres rayos luminosos principales y las tres sombras correspondientes (Fig. 5b).



Para profundizar, le ofrecemos una tarea optativa en la ficha: "Simular las variaciones estacionales de la sombra de un gnomon ".

---

4) Simulación del mediodía solar con ayuda de un globo

Duración: dos sesiones de unos 30 minutos cada una (fuera del registro escrito de la experiencia en el cuaderno).

Lugar: el aula de clase algo ensombrecida (o cualquier otro sitio).

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos

1ª sesión: - un globo no muy pequeño (si es posible, liso y sin dibujos),
- un cilindro de cartulina más ancho que alto para apoyar sobre él el globo de forma estable,
- material para fabricar 5 o 6 "mini-gnomones" idénticos, de no más de 1 cm de altura (clavos de tapicero, semillas, pequeños tornillos, remaches, trocitos de cerillas o bastoncitos de plastilina),
- goma de pegar,
- una linterna.

2ª sesión: - material idéntico al de la 1ª sesión y además un mapa reducido de Egipto (redúzcalo con una fotocopiadora; la distancia entre Alejandría y Siena será aproximadamente igual a 1/7 de la circunferencia del globo, medida con un hilo; esto es a propósito más que en un mapamundi; recorte el mapa, en el sentido de su anchura, para dejar únicamente la parte útil, es decir, el delta y el valle del Nilo hasta Siena).

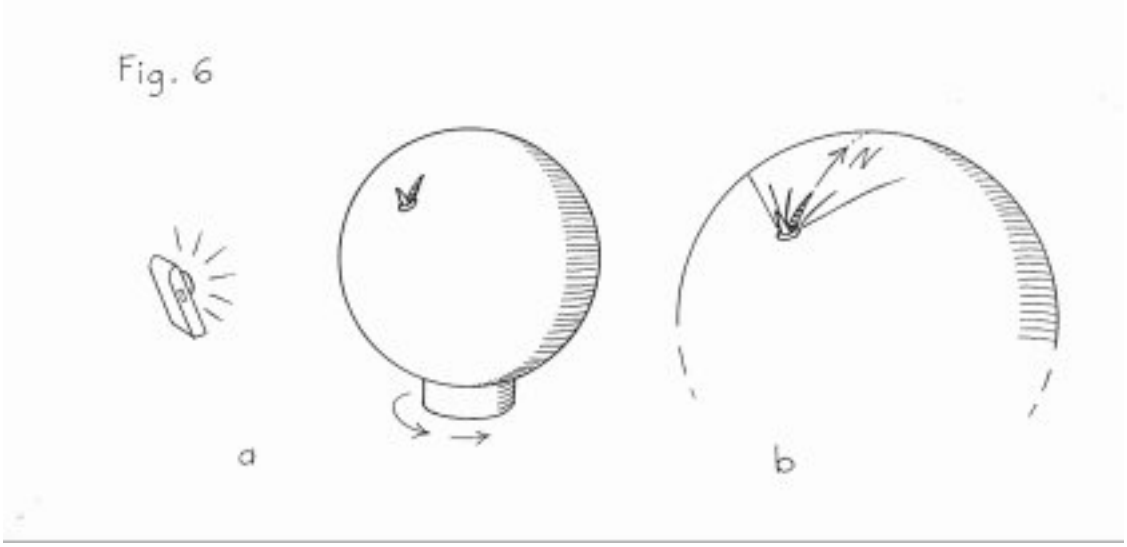
Si a sus alumnos les gustó la simulación anterior, ésta les va a gustar aún más. Habrá que observar ni más ni menos que los efectos de la rotación de un "globo/Tierra" sobre sí mismo, desde el "espacio". Sobre el globo colocaremos los "mini-gnomones" e iluminaremos el conjunto mediante una "linterna/Sol", que esta vez permanecerá inmóvil. Observe que las condiciones de esta simulación son opuestas a las de las anteriores, en las cuales lo que desplazábamos era la linterna con respecto a una "superficie-Tierra" inmóvil y plana.

Primera sesión

a) Reproducir con el globo las observaciones hechas al sol con el gnomon

Cada grupo sujetará un "mini-gnomon" (digamos un pequeño tornillo) en un lugar cualquiera del globo, apoyará éste último sobre el cilindro e instalará el conjunto sobre una mesa. Para mantener el cilindro en su sitio, repartir cuatro "topes" de plastilina alrededor de la base. Incite a sus alumnos diciéndoles: *"Reproducid, con la linterna inmóvil iluminando el tornillo que está sobre el globo en rotación, el movimiento y las variaciones de longitud de la sombra observados con el gnomon al sol."*.
Aparecerá una serie de problemas muy interesantes: dónde tiene que estar la linterna en relación con el globo; en qué sentido tiene que girar el globo; cómo reconocer la hora del mediodía solar; qué hacer si en ese momento la sombra es demasiado larga o corta en relación con la altura del tornillo...
¡Cuántas hipótesis y pruebas habrá que hacer! Pero los alumnos terminarán por superar todos los obstáculos y, encantados, verán que la sombra de su tornillito se comporta como el otro día la de su gnomon, *"con el Sol de verdad"*. Para conseguirlo, tendrán que entender muchas cosas y sobre todo que el

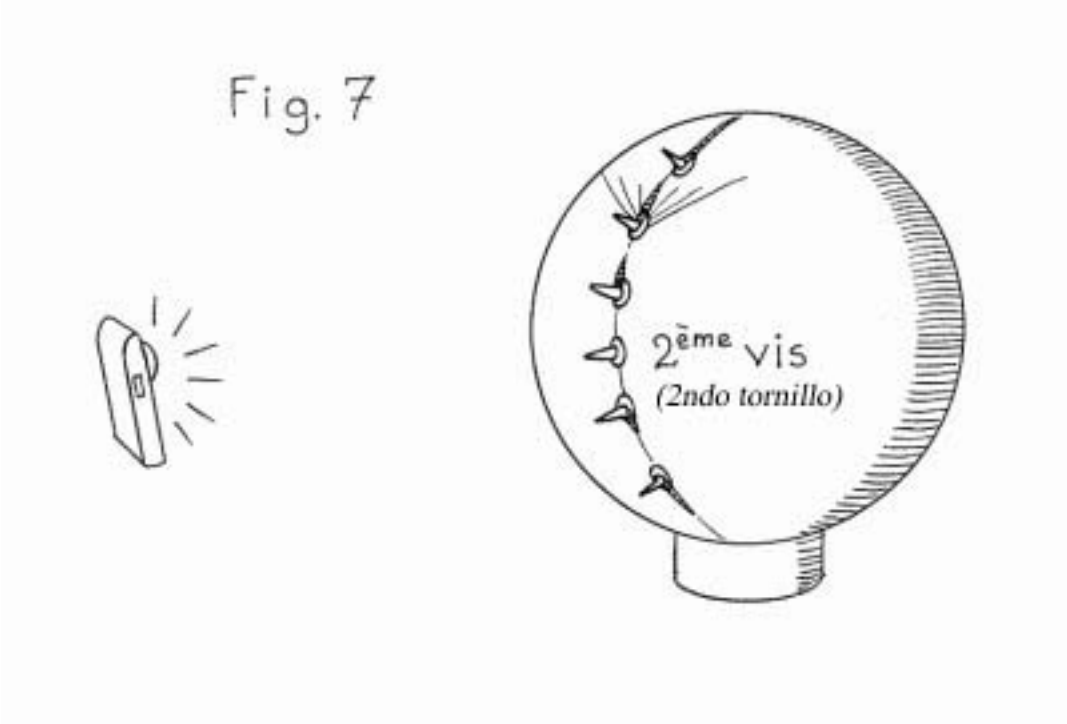
globo tiene que girar *"en sentido contrario al de las sombras observadas anteriormente"* , o sea en el sentido contrario al de las agujas de un reloj.



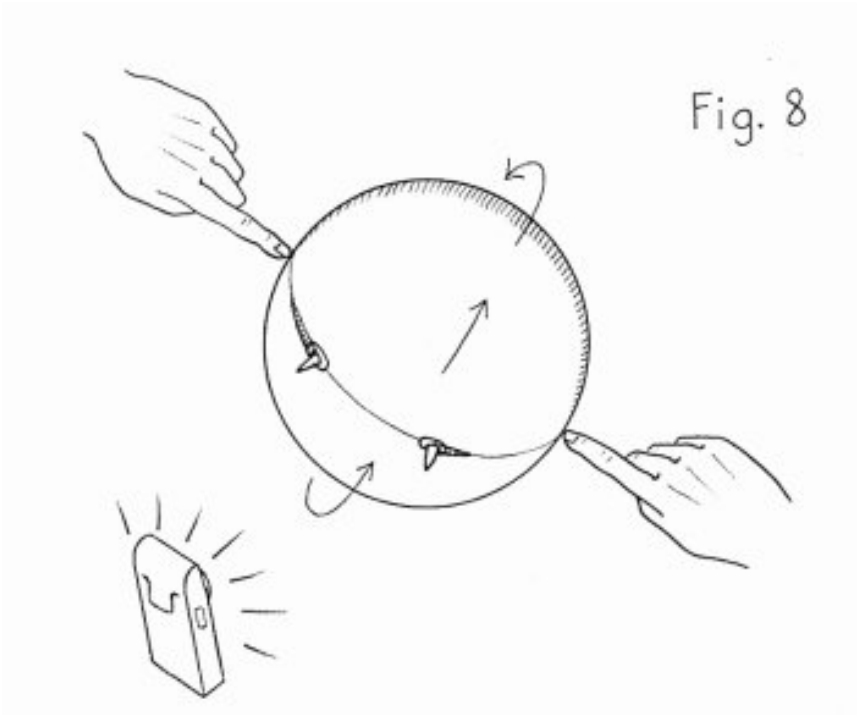
Algunos grupos dibujarán con un bolígrafo el abanico de los "minitrazados" de la sombra del tornillo y tal vez hasta tendrán la excelente idea de materializar la dirección del "polo norte" mediante una flecha que apunte hacia la parte superior del globo (ya retomaremos esto). Todos los alumnos observarán, por supuesto, las dos caras del globo, una "de día" y la otra "de noche", y la manera en que el tornillito pasaba de una a la otra, de la "mañana" a la "noche".

b) Colocar varios "mini-gnomones" de forma tal que su mediodía solar sea al mismo tiempo

Con esta experiencia sus alumnos descubrirán experimentalmente la noción de meridiano.
Como en cada globo, el tornillo está situado "al mediodía solar" delante de la linterna encendida, propóngales otro reto: *"Coged un segundo tornillo y, sin girar el globo ni mover la linterna, encontrad el sitio en que habría que colocarlo para que no tenga ninguna sombra. Agregad luego dos o tres tornillos más de modo que también estén al mediodía solar. A continuación, haced girar el globo para comprobarlo".*
Los alumnos entenderán que el segundo tornillo actuará con respecto al primero al igual que el palo de Siena en relación con el de Alejandría. Así es como rápidamente encontrarán el lugar que le corresponde "al sur" del primero. Aquellos que, en la experiencia anterior, pensaron en trazar una línea hasta el "polo norte" del globo verán enseguida que el segundo tornillo habrá de colocarse siguiendo esa línea. Y entonces será muy fácil encontrar la posición de los demás tornillos que irán uniendo de la misma forma, a la vez que constatarán cosas interesantes para las fases siguentes del proyecto: que las sombras coinciden con la línea, que su longitud crece gradualmente hacia los "polos" y que la sombra de los tornillos que se encuentran "al sur" del segundo apuntan hacia el "polo sur".



Pregúnteles entonces que va a pasar con la línea que une todos los tornillos si la prolongamos por ambos lados. *"¡Va a dar la vuelta al globo!"*Los alumnos predirán luego que, poniendo tornillos *"por detrás"* y haciendo girar el globo, todos ellos se encontrarán también simultáneamente a la hora del mediodía solar, lo cual podrán comprobar sin ninguna dificultad.
Por otra parte, haciendo referencia a un mapamundi o a algún esquema visto en los libros, algunos se preguntarán qué pasa con *"una Tierra inclinada"*. Les costará admitir que las sombras al mediodía solar puedan apuntar hacia los polos como en el caso del globo "bien derecho" sobre su base. ¿Pero cómo saberlo? Lo más fácil —y divertido— será tener el globo entre los dos índices a nivel de los "polos", inclinarlo un poco y hacerlo girar con los pulgares. Así observarán que, sea cual sea la inclinación del globo e incluso si se lo pone horizontalmente, las sombras al mediodía solar siguen estando alineadas con el meridiano.

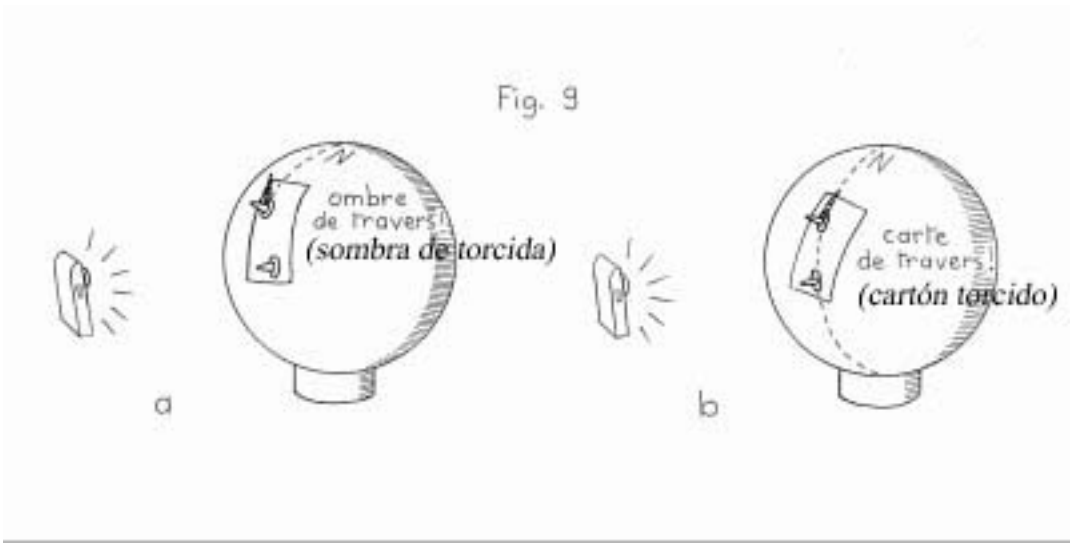


Segunda sesión

a) Reproducir el mediodía solar en Alejandría y Siena

Como las dos ciudades no se encuentran en el mismo meridiano (están separadas por una longitud de aproximadamente 3,5º, tal como ocurre, en Francia, con las ciudades de Le Havre y Auxerre), los alumnos van a tener que resolver nuevamente algunos problemas. Distribúyale a cada grupo el mapa reducido de Egipto recortado (vea en *Material*) y propóngales lo siguiente: *"Colocad el mapa sobre el globo de forma que podáis reproducir las observaciones de Eratóstenes, es decir, el mediodía solar en Alejandría y Siena"*.

Los alumnos tendrán que ubicar los dos tornillos en el mapa y luego éste verticalmente sobre el globo, frente a la linterna. Después, haciéndolo girar, conseguirán anular la sombra en Siena. Sujetarlo entonces por las cuatro esquinas. El problema que se planteará es que la sombra en Alejandría *"no se ha enderezado por completo"*y, por consiguiente, no se orienta hacia el "polo norte". Señalemos que esto se ve muy bien, aun con objetos pequeños, dada la relación entre la anchura de la banda y la curvatura del globo.



Tratando de solventar este problema, los alumnos harán girar suavemente el globo y verán que efectivamente la sombra *"se endereza"* —y se acorta un poco— pero surge otro problema: ¡una pequeña sombra apareció en Siena!

Recordando la simulación anterior, algunos querrán alinear las dos ciudades en el meridiano trazado en el globo. Así conseguirán efectivamente que la sombra en Alejandría se oriente hacia el "polo norte" mientras que la de Siena desaparece. Aparece ahora otro problema: *"¡el mapa está torcido!"*. Sugiérales que vuelvan a poner el mapa "derecho" y que observen atentamente el movimiento de las dos sombras desde que "sale el Sol" hasta el "mediodía".

Los alumnos descubrirán que en Siena *"el mediodía solar se produce un poco más temprano que en Alejandría"* pero que vuelve a haber un problema, puesto que esto ya no coincide con el relato que decía que Eratóstenes hizo sus observaciones a la misma hora... Aunque, en realidad, ¿qué hora era? No la de nuestros relojes, que todavía no se habían inventado, sino evidentemente la de Sol, que por tanto difiere de un lugar a otro del planeta, tal como sucede con el globo. También entenderán que las dos ciudades están situadas en meridianos distintos y que en una esfera podríamos trazar prácticamente una infinidad de meridianos. Ya volveremos a tratar este tema.

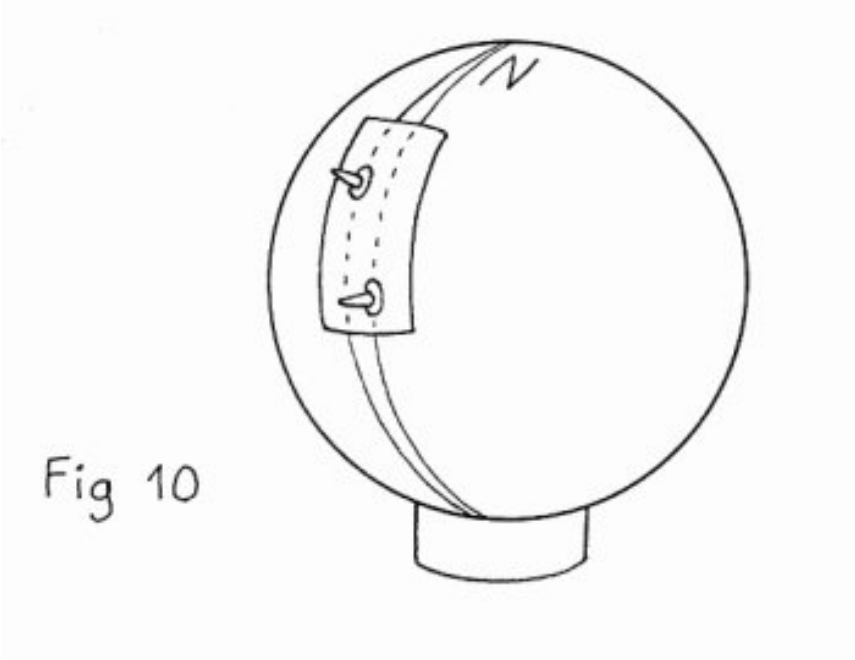


Fig 10

Nota: Si es necesario, indique (o pídales a los alumnos que lo calculen más tarde) que hay casi un cuarto de hora de diferencia entre el momento del mediodía solar en Siena y Alejandría, aunque esta diferencia relativamente poco significativa no impidió que Eratóstenes calculara el meridiano terrestre.

Como consecuencia de esta experiencia, los alumnos tomarán conciencia de que, en nuestro mundo moderno, ya no se puede vivir a la hora solar porque un país necesita tener la misma hora en todo su territorio. También por ello todos los países del mundo se han puesto de acuerdo para establecer un sistema de determinación de lo que se llama la hora legal. (Este tema será tratado más adelante.)

Además, el uso de un globo iluminado por una linterna es una manera entretenida de simular la evolución de la sombra de un "mini-gnomon" a lo largo de las estaciones (vea la ficha ya mencionada: "Simular las variaciones estacionales de la sombra de un gnomon").

b) Conocer la hora del mediodía solar en cualquier sitio y momento del año

¿Cómo podemos hacer, en lo que sigue del proyecto, para saber más fácilmente la hora exacta del mediodía solar local y, por tanto, para medir la sombra una sola vez? Hay varias soluciones:
1. Conformarse con el trazado correspondiente a la dirección norte dada por una brújula, sabiendo que es ligeramente distinta del norte geográfico, lo que implicará un pequeño "error" desde el inicio. Y luego esperar el momento en que la sombra del gnomon pase por dicha dirección.
2. Trazar sobre la base del gnomon (dibujada con gran exactitud en el suelo) lo que se denomina una meridiana, es decir, un fragmento del meridiano del lugar, lo que nos dará el norte geográfico. Esta es una actividad muy interesante que merece la pena que la hagamos una vez y que le ofrecemos como tarea optativa (vea la ficha: "Trazado de la meridiana").
3. Consultar el sitio web del Bureau des longitudes (BDL) que, según su ciudad (en cualquier parte del mundo) y la fecha elegida, le dará la hora del mediodía solar, en tiempo universal. En Francia, tendrá que sumarle una hora, si la hora vigente es la de invierno, y dos horas si es la de verano.

(Nótese que, en cuanto trace la primera sombra a la hora exacta que le indicará el BDL, podrá trazar la meridiana del lugar, ya que ésta coincidirá con el trazado de la sombra.)
Por último, también puede ampliar esta secuencia haciendo las actividades lúdicas propuestas por J.

Carole en 2001, que permiten materializar la trayectoria del Sol en una semiesfera transparente (una ensaladera dada vuelta o un colador muy fino, por ejemplo). Esta actividad puede hacerla en cualquier época del año, ¡con tal que el cielo le ayude!

En la secuencia siguiente, los alumnos tratarán la noción de ángulo de los rayos solares y aprenderán a trazarlos, medirlos e interpretarlos.

Tareas optativas (Secuencia 3)

Un "calendario solar" basado en los abanicos de sombras

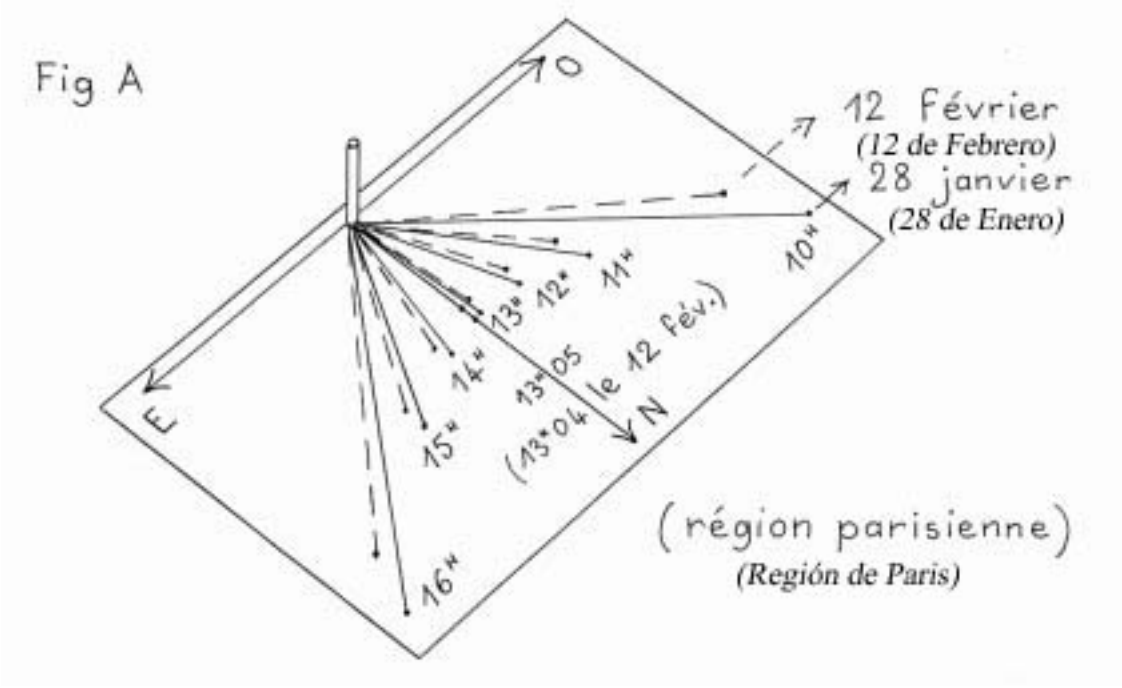
Descubrir cómo la sombra puede servir de *"calendario"*

Diez días después (como mínimo) de la fecha memorable de los últimos trazados de sombras, los alumnos volverán a instalar sus gnomones al sol con la hoja de dichos trazados para ver si, como la vez pasada, la sombra volverá a coincidir con el dibujo a la hora señalada. ¡Pues no! Desde la primera observación de la mañana, hay una diferencia muy visible, como si la sombra estuviera "atrasada" (si es después del 21 de diciembre, o adelantada, si es antes de esa fecha). Enseguida colocaremos entonces una nueva hoja de papel de calcar por encima de la anterior y, mientras trazamos la sombra, veremos que también es algo más corta (o más larga). Como no puede deberse a la orientación del gnomon, deduciremos que *"¡el Sol no está exactamente en la misma posición que el otro día!"*. Las observaciones hechas a otras horas del día confirmarán este fenómeno, salvo en lo que se refiere a la sombra del mediodía solar. Esta es la única que no ha cambiado de posición pero sí se ha acortado (o alargado) un poco.

En este punto podremos ver también que si el trazado correspondiente a la hora del mediodía solar es muy exacto puede presentar una ligera desviación que revela que, *en relación con nuestros relojes* el momento del mediodía solar no es exactamente el mismo que diez días atrás. Otras observaciones mostrarán que esa desviación fluctúa a lo largo del año, lo cual produce variaciones de la hora del mediodía solar en nuestros relojes. La causa de esto es que los relojes no tienen en cuenta algunas irregularidades de los movimientos de la Tierra debidas a que el eje de los polos no es perpendicular al plano de la trayectoria del planeta alrededor del Sol y a que esa trayectoria no es circular sino ligeramente elíptica.

Nota: estas variaciones pueden observarse asimismo con un calendario que indique la hora de salida y puesta del Sol. De igual forma, podemos estudiar con un gráfico las variaciones de la hora al mediodía (hora de la puesta del Sol menos hora de la salida del Sol dividido 2) a lo largo del año.

Los alumnos observarán luego que las desviaciones de los nuevos trazados son simétricas con respecto al trazado del mediodía solar; el abanico "se abrió" (o "se cerró") un poco.



Y seguramente sabrán cómo explicar por qué cambió la longitud de los trazados del abanico pero no sabrán qué explicación darle a su mayor o menor apertura. Esto está asociado, efectivamente, con un tema de geometría espacial (las curvas o secciones cónicas): el extremo de la sombra describe una curva llamada hipérbole, que evoluciona a lo largo del año y adopta una forma completamente opuesta de un solsticio al otro, pasando por una fase intermedia en que tiene forma de recta durante los equinoccios. Por eso es interesante hacer varios trazados durante el año para seguir esta evolución.

Observaciones útiles sobre los "calendarios" solares

La figura de abajo muestra, de forma teórica, los abanicos de sombras de un gnomon (en latitudes como la de Francia) en los solsticios y los equinoccios. Vemos que el eje de simetría corresponde a la sombra del mediodía solar, momento que, para simplicar, hemos hecho coincidir con la hora entera a la mitad del día. Como resultado de ello, los dos trazados simétricos que forman cada par tienen la misma longitud. Ahora bien, como seguramente habrán notado sus alumnos, generalmente hay una diferencia de longitud entre ambos, que produce una disimetría global del abanico más o menos pronunciada. Esto se debe a que los trazados se han efectuado a cada hora entera y a que el momento real del mediodía solar, como hemos visto, no coincide con las 13 h (o las 14 h) en un sitio determinado. Por consiguiente, el trazado de las 13 h (o el de las 14 h) no puede ser el eje de simetría. Cabe hacer otra observación, esta vez acerca de los ángulos que forman los trazados de un abanico. En la realidad, estos ángulos no son iguales; tienen un valor mínimo por la mañana temprano o en horas tardías de la tarde y un valor máximo alrededor del mediodía solar, a raíz de un aspecto de geometría espacial que no está al alcance de los alumnos pero que tampoco tendrá incidencia en lo que sigue del proyecto.

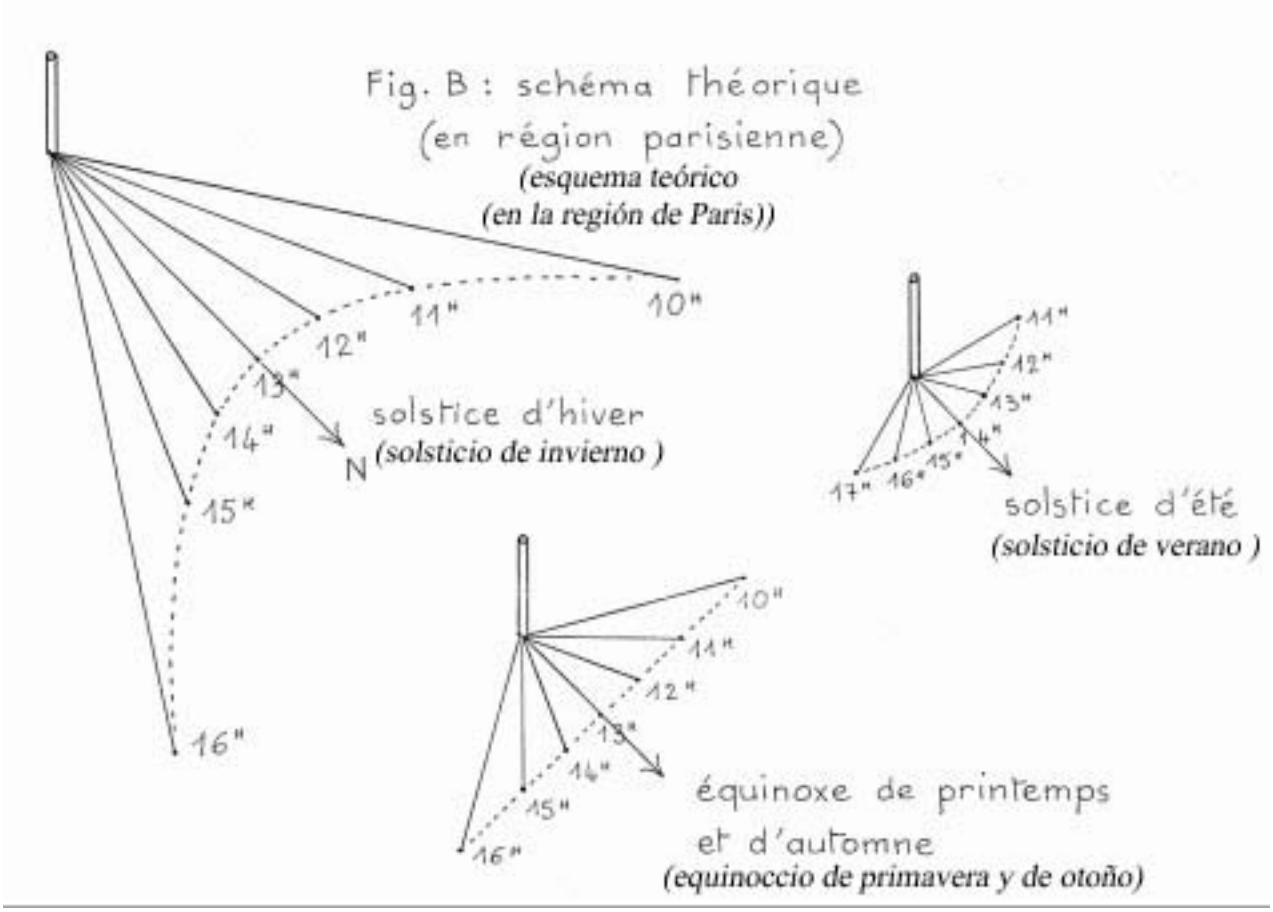


Fig. B : schéma théorique
(en région parisienne)
(esquema teórico
(en la región de Paris))
10"
11"
12"
13"
14"
15"
16"
N
solstice d'hiver
(solsticio de invierno)
11"
12"
13"
14"
15"
16"
17"
solstice d'été
(solsticio de verano)
10"
11"
12"
13"
14"
15"
16"
équinoxe de printemps
et d'automne
(equinoccio de primavera y de otoño)

Tareas optativas (Secuencia 3)

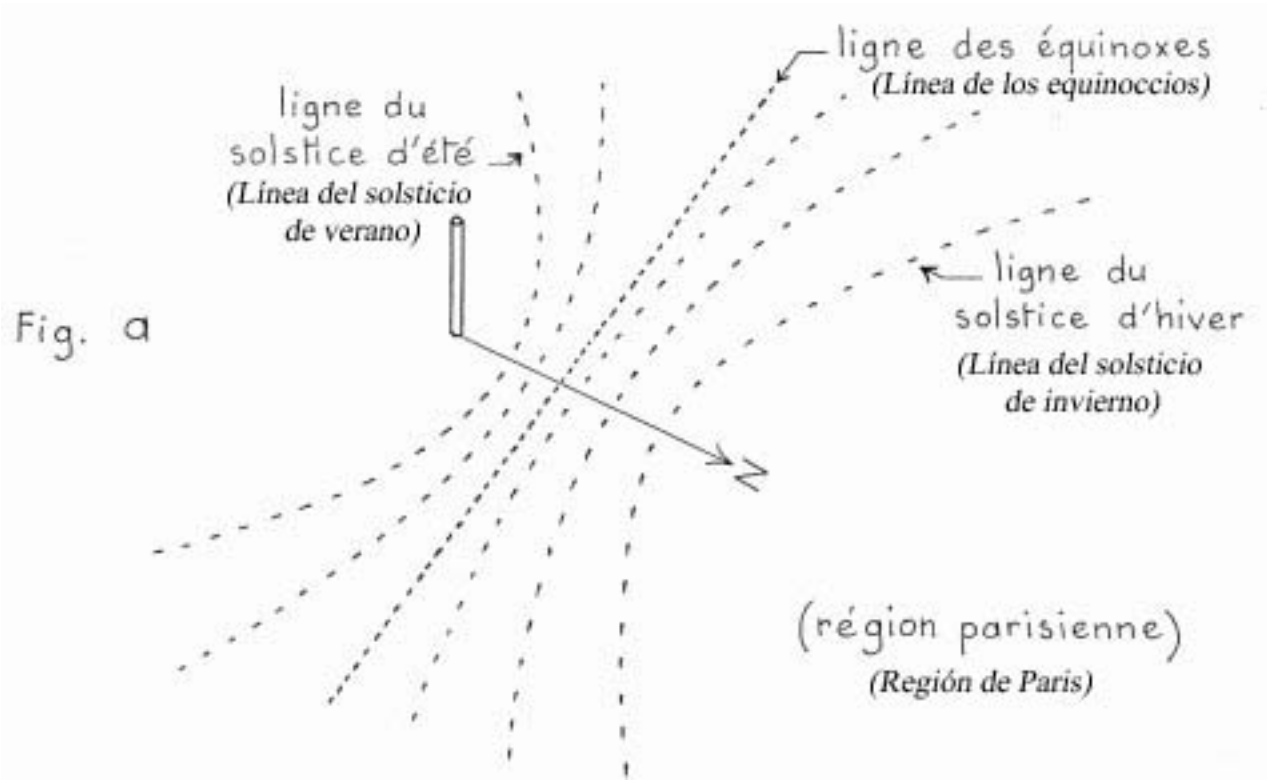
Simular las variaciones estacionales de la sombra de un gnomon

---

Las simulaciones que aquí le proponemos conciernen la evolución de la línea que describe el extremo de la sombra de un gnomon a lo largo del día y de las estaciones. Previamente tendrá que proceder a varias sesiones de observación a lo largo del año escolar (dos por trimestre como mínimo).

Simulación en el equinoccio de primavera (¡o de otoño!)

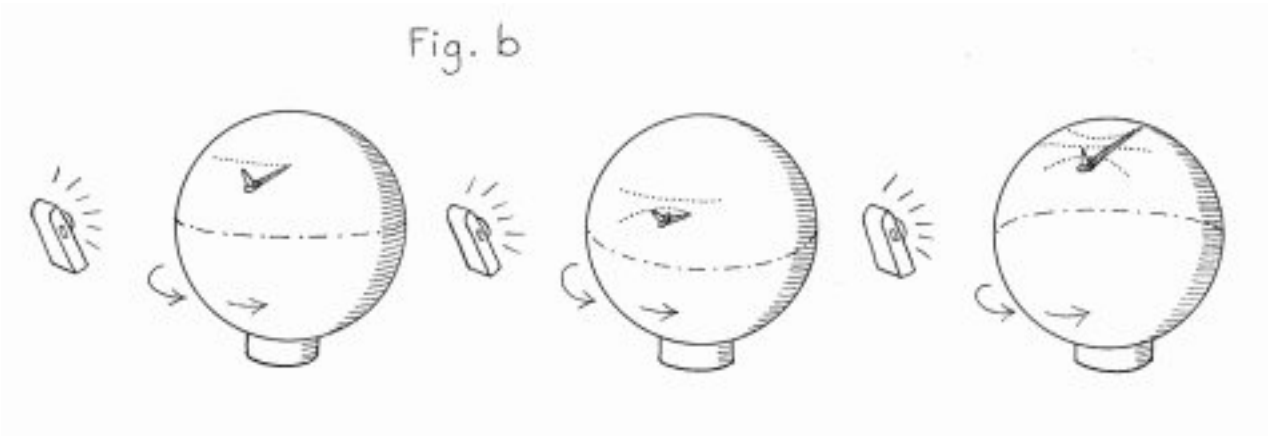
A raíz de las observaciones efectuadas en otoño e invierno y de las simulaciones siguientes, los alumnos pensarán tal vez que la forma de la curva descrita por la punta de la sombra es el reflejo inverso de la curva descrita por el Sol (o por la linterna). La presente simulación les demostrará que no es así. Lo ideal es proceder previamente a una nueva sesión de observaciones en una fecha muy cercana a la del equinoccio (si no puede hacerlo el día mismo), precedida a su vez, dos semanas antes, de otra serie de observaciones, para que sus alumnos vean ya que la curva se ha transformado paulatinamente en una recta... (Si lo cree conveniente, prepare unas hojas con una simple recta bastante larga, dibujada en la parte delantera de la base de los gnomones). Moviendo la linterna como ya lo han hecho, los alumnos se darán cuenta de que a ésta "no le queda más remedio que" describir una curva. (E intuirán que la geometría vinculada con este fenómeno no es tan sencilla como parece...).
Por otra parte, si proceden a una nueva sesión de observaciones poco después del equinoccio, los alumnos verán aparecer el cambio de forma de la línea que une el extremo de los trazados. Pídales que predigan lo que sucederá, que anoten sus hipótesis y, desde luego, que las comprueben in situ llegado el momento. Es muy probable que, hacia el final del proyecto, algunos alumnos puedan predecir con exactitud lo que sucederá con la curva durante el verano y luego durante el otoño, pero sólo podrán comprobarlo con un gnomon en su casa... (Compare la figura de abajo con la figura B de la ficha de tareas optativas "Un calendario solar basado en los abanicos de sombras".)



Los dos equinoccios tienen también otro interés, en relación con el ángulo de los rayos solares a la hora del mediodía al Sol y con la latitud del lugar. Si sus alumnos ya han estudiado estas dos nociones y han empezado a medir el ángulo, verán que el día del equinoccio el valor del ángulo corresponde a la latitud de su escuela.
Ese día, efectivamente, el Sol ilumina la Tierra de una determinada manera. La mitad de nuestro planeta está iluminada y el borde circular de la mitad "de día" pasa exactamente por los dos polos. Si pusiéramos dos gnomones en la Tierra "real", uno en cada polo, la sombra que producirían sería larguísima porque el ángulo que formarían los rayos solares que inciden horizontalmente sería de 90° (esa es justamente la latitud de los polos).
Inversamente, a la altura del ecuador, los rayos inciden verticalmente sobre el gnomon y no habría sombra; el ángulo sería nulo (la latitud del ecuador es 0°). De igual forma, ese día, en todos los otros lugares de la Tierra, el ángulo a la hora del mediodía solar tiene el mismo valor que la latitud.

Simulación de las variaciones estacionales con un globo

(Vea previamente la parte 4 de la secuencia 3)
Con un gnomon muy pequeño de plastilina colocado sobre un globo iluminado por una linterna, los alumnos tratarán de marcar con un bolígrafo el desplazamiento de la punta de la sombra mientras el globo gira lentamente (junto con su base, que no tiene que salirse de su sitio mientras gira). Luego compararán la línea dibujada (1) con las que han trazado previamente (los trazados de la sombra realizados al aire libre) y pensarán en la manera de reproducir una de esas líneas...
La consigna será que la linterna no se mueva y que el gnomon también permanezca en su sitio. Los alumnos terminarán entendiendo que, a la hora del mediodía solar, hay que inclinar ligeramente el globo en relación con la linterna, ya sea hacia adelante para producir una "curva de verano" (2), ya sea hacia atrás para producir una "curva de invierno" (3). En la figura de abajo, la forma de la línea del ecuador muestra esa inclinación.



Pero en realidad, ¿la Tierra se inclina realmente en el espacio a lo largo del año?
Esta es una pregunta muy interesante a la que los alumnos podrán contestar haciendo girar un globo terráqueo alrededor de varias linternas puestas en círculo, que representarán el Sol. Así verán, por ejemplo, a la altura de Francia, que, para conseguir el mismo efecto mientras el globo terráqueo efectúa su periplo, su eje tendrá que permanecer siempre paralelo a sí mismo. Cuando el eje parezca inclinarse hacia el "Sol" será verano en Francia y, a la inversa, cuando parezca inclinarse hacia atrás, será invierno. Los alumnos deducirán obviamente la posición de la Tierra en primavera y otoño.

Secuencia 4

Medir el ángulo que forman los rayos solares con la vertical

Introducción

Con esta secuencia, los alumnos tendrán la oportunidad de familiarizarse con la noción de ángulo. Asimismo, fabricarán entre todos un gnomon que será el emblema del proyecto y realizarán sus primeras medidas del ángulo que forman los rayos solares con la vertical, imitando al sabio Eratóstenes.

En esta secuencia, Ud. y sus alumnos realizarán sus primeras medidas con el gnomon de Eratóstenes, por lo que le aconsejamos que lea atentamente la asistencia técnica N° 4. Así podrá evaluar y mejorar la precisión de las medidas.

Nociones abordadas

Nociones de ángulo e igualdad entre ángulos. Esquematización del ángulo que forman los rayos solares con la vertical. Aproximación a la noción de proporción. Uso del transportador. Uso de un cuadro de medidas. Comparación e interpretación de medidas. Evolución del ángulo de los rayos solares a lo largo del año.

Preparativos: las medidas de Eratóstenes

Ahora que los alumnos ya han descubierto el momento del mediodía solar gracias a Eratóstenes, van a poder empezar a realizar las medidas específicas del proyecto en sí. Propóngales que lean el breve relato de abajo que va a incitarlos a descubrir la noción de ángulo.

"Un 21 de junio, a la hora del mediodía solar, Eratóstenes decidió observar la sombra de un obelisco situado en las cercanías de su biblioteca y después quizo seguir investigando… Así es como decidió evaluar con precisión el ángulo que formaban los rayos del Sol con el obelisco, cuya altura era, como él bien sabía, de unos 8 metros. Esperó a que el Sol estuviera en lo más alto del cielo para medir la sombra proyectada en el suelo; el resultado fue exactamente 1 metro. Entonces volvió a su biblioteca para interpretar sus observaciones y concluyó que los rayos solares formaban en ese preciso instante un ángulo de 7,2 grados con la gran aguja de granito…"

¿Sabríais vosotros descubrir cómo ha hecho Eratóstenes para hallar el valor del ángulo y medirlo vosotros también?"

Sumario de la secuencia

Esta secuencia consta de cuatro partes, cada una de las cuales puede tratarse en una o dos sesiones, o bien constituir sencillamente una actividad puntual a llevar a cabo durante el descanso del mediodía (o más bien a comienzos de la tarde, ¡ya que ahora hemos entrado en la hora de verano!).

1) Tareas de aproximación a la medida de ángulos
2) Hallar la medida del ángulo realizada por Eratóstenes
3) Fabricar el gnomon "Eratos" para la clase
4) Tomar nuevas medidas del ángulo y comunicar los resultados

---

1) Tareas de aproximación a la medida de ángulos

Duración: 1 hora, ya sea con toda la clase o en grupos reducidos.

Lugar: el aula de clase.

Material

Para cada grupo de 3 a 5 alumnos
- papel de calcar,
- hojas de papel cuadriculado,
- cartulina de color,
- fotocopias ampliadas de un transportador de plástico,
- reglas,
- transportadores y tijeras.

Observación sobre las dificultades asociadas al concepto de ángulo por Valérie Munier, del Laboratorio de Didáctica de las Ciencias Físicas de la Universidad de París 7

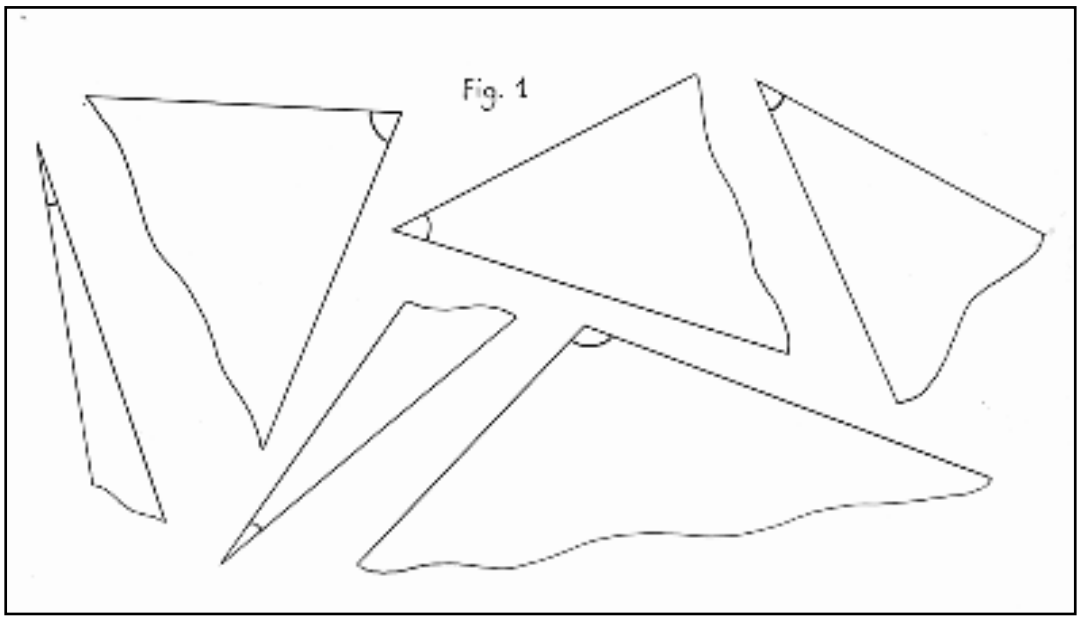
Durante esta secuencia, los alumnos tendrán que manejar el concepto de ángulo. Ahora bien, es frecuente que los alumnos tengan tendencia a definir un ángulo como una figura compuesta por dos segmentos de igual longitud y origen, y que suelan creer que dos figuras que sólo se diferencien por la longitud de sus lados representen dos ángulos distintos. Por eso, será útil hacer hincapié en el hecho que el ángulo se define más bien como la medida de la separación entre dos direcciones representadas por dos rectas o segmentos de cualquier longitud.

Y cómo superar esas dificultades

Para hacerles entender correctamente la noción de ángulo, déles, por ejemplo, fotocopias de pares de ángulos iguales, pero dibújelos de tal forma que uno tenga sus lados más cortos que el otro. Pídales que los recorten y superpongan (o que calquen un ángulo de cada par y lo superpongan con el otro) para que se den cuenta de que la separación entre los lados es la misma.

Si quiere que los alumnos materialicen distintos ángulos, por ejemplo, para ordenarlos del más abierto al más cerrado, podrán confeccionar sectores angulares con cartulina y luego marcar con un pequeño arco de círculo el ángulo que habrán de considerar. Déjelos que se entretengan comparando los ángulos,

superponiendo los sectores angulares (tendrán que asegurarse de que los vértices de los ángulos coincidan).



También pueden buscar en el aula distintos ángulos. Entonces verán que los libros, cuadernos, muebles, paredes, ventanas, etc. tienen todos ángulos iguales, pese a que sus lados no son de igual longitud, ¡puesto que se trata siempre de ángulos rectos! ¿Qué mejor prueba de que el valor de un ángulo no tiene nada que ver con la longitud de sus lados?

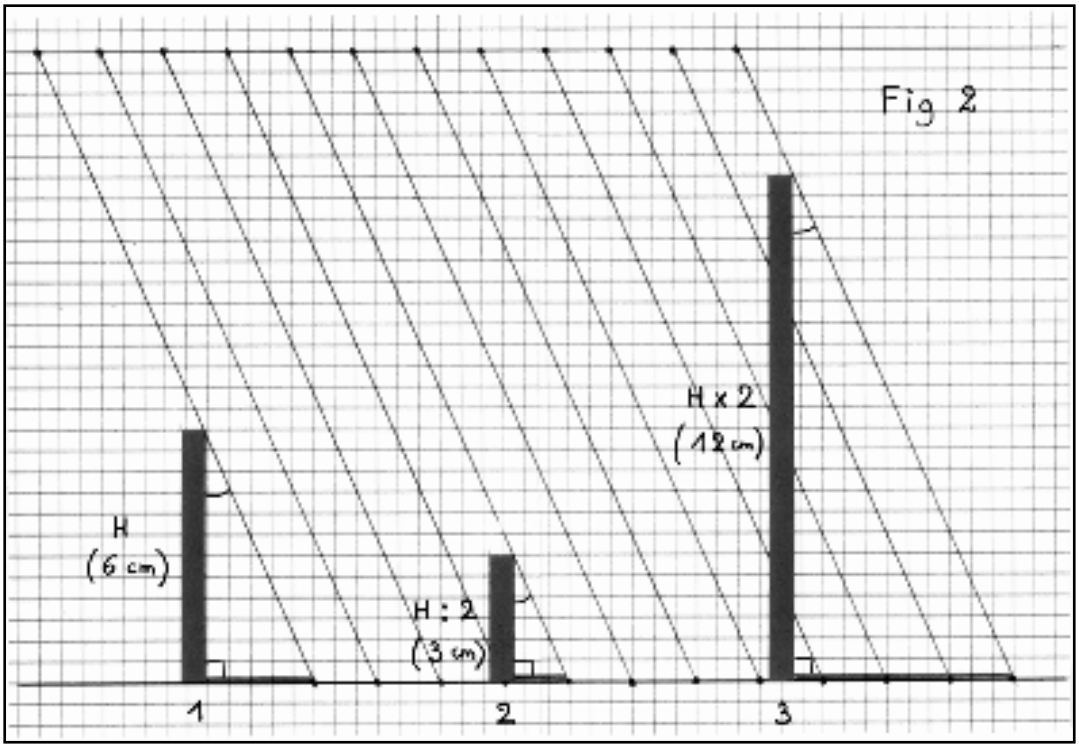
Discusión

Los alumnos se preguntan cómo van a resolver el desafío que se plantea al final del relato. Propóngales que hagan un esquema del obelisco y su sombra en hojas de papel milimetrado o cuadriculado, poniéndose de acuerdo sobre una escala de reducción.

Es posible que se planteen, además, cómo podrán estar seguros de que la inclinación de los rayos del Sol sea la misma en esta representación reducida. En otras palabras, ¿se puede conservar el ángulo que forman los rayos y el obelisco al cambiar de escala o bien habrá que dividir también el ángulo? Los alumnos debaten el tema que podría resumirse de otro modo: "¿un gnomon dos veces más alto reflejará (a una hora dada) una sombra dos veces más larga? ¿Y el ángulo también medirá el doble?" (¡La repuesta a la primera pregunta es obviamente sí y a la segunda, no!) Los alumnos anotarán sus hipótesis en sus cuadernos de experiencias. Probablemente contesten: "sí, la sombra será dos veces más larga", lo cual podrá comprobarse con lápiz y papel (vea más adelante) y por supuesto también in situ. Resolver este problema los llevará a abordar de forma natural la noción de proporción.

Mostrar mediante un esquema el ángulo de los rayos solares

En papel cuadriculado, los alumnos empezarán trazando con una regla una línea horizontal que representará el suelo. Luego eligirán una determinada inclinación de los rayos solares, contanto un cierto número de cuadritos hacia un costado, tal y como se ve en la figura 2, y trazarán con la regla una red de rayos paralelos. Después de ello, dibujarán un primer gnomon (o recortarán una bandita de papel de color y la pegarán), por ejemplo de 6 cm, de forma que su base toque bien el suelo y su otro extremo toque uno de los rayos.



De esta manera, representan un triángulo rectángulo ya que efectivamente el ángulo que forman el gnomon y el suelo es un ángulo recto. La longitud de la sombra está definida por el rayo que pasa por el extremo del gnomon y llega hasta el suelo, lo que podrán visualizar marcando más fuerte la línea correspondiente a la sombra, que luego medirán con la mayor exactitud posible. Pídales que repitan esta operación dibujando un segundo gnomon mitad más pequeño que el primero (o sea de 3 cm) y después un tercero, el doble de grande (o sea de 12 cm), y que midan las sombras respectivas. Al dividir el valor de cada una de estas últimas sombras por el valor de la del primer gnomon, verán que, tal como habían supuesto, la segunda sombra mide la mitad que la primera y la tercera el doble.

Hacer un descubrimiento fundamental

Ahora bien, ¿qué pasa con el ángulo de los rayos solares? ¿Habrá cambiado de un gnomon a otro? "¡Parecería que el ángulo es el mismo!" Los alumnos compararán los ángulos mediante una hoja de calcar y verán que es cierto. Pregúnteles ahora que pasaría si dibujáramos un gnomon 3 o 5 veces mayor o menor, y verá que la respuesta será unánime: "Las sombras serían 3 o 5 veces mayores o menores pero el ángulo seguiría siendo el mismo!".

¿Y si cambiáramos la inclinación de los rayos y volviéramos a empezar el esquema? Con esta pregunta, los alumnos entenderán que las conclusiones serían idénticas, ya que los rayos del Sol que inciden sobre los gnomones son paralelos. ¡Qué descubrimiento! Vale decir que, sea cual sea la altura de un gnomon, en un instante dado, el ángulo de los rayos es invariable. "Por lo tanto, si el obelisco de Eratóstenes hubiera sido más grande o más pequeño, el ángulo habría sido el mismo."

En conclusión, vamos a poder elegir la escala de reducción que querramos para dibujar el obelisco de Alejandría y su sombra, porque sólo se tratará de una convención; el valor del ángulo no cambiará. Sólo habrá que medir el ángulo del rayo solar en el esquema que hayamos hecho.

Aprender a usar un transportador

Si sus alumnos todavía no saben usar un transportador, no importa, van a poder aprender a hacerlo con un

método muy sencillo.

Déles varias fotocopias ampliadas, de distintos tamaños, de un transportador de plástico y varios ángulos dibujados en hojas de papel de calcar. Tras descubrir que el vértice del ángulo ha de coincidir con el "agujerito" central del transportador y uno de los dos lados del ángulo, con el cero de uno de los dos arcos graduados, practicarán cómo medir todos esos ángulos. Muéstreles de paso que la medida es más precisa cuando, en la fotocopia, el radio del arco graduado es mayor y que, por tanto, es mejor usar fotocopias muy ampliadas.

---

2) Hallar la medida del ángulo realizada por Eratóstenes

Duración: 15 a 20 minutos para el esquema y la medida del ángulo; 45 minutos a 1 hora para trabajar con el cuadro de medidas.

Lugar: el aula de clase.

Material

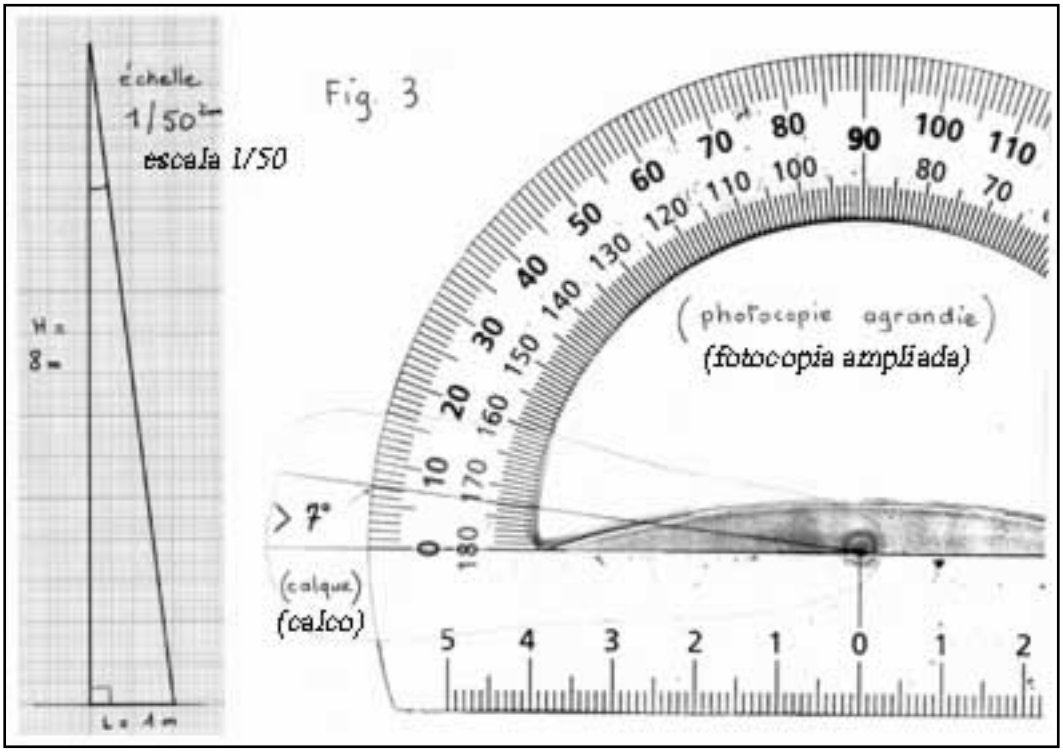
- hojas de papel milimetrado o cuadriculado,
- papel de calcar,
- fotocopias ampliadas de un transportador,
- lápices con buena punta,
- reglas,
- tijeras,
- transportadores.

Luego, fotocopias del cuadro de medidas (vea más abajo).
Para la simulación,
- un globo terráqueo (o un globo que haga las veces de Tierra),
- dos pequeños gnomones idénticos,
- una linterna.

Esquematizar las medidas de Eratóstenes

Pídales a los alumnos que formen grupos de 2 y repártales el material necesario. En la hoja de papel milimetrado o cuadriculado, dibujarán el suelo y luego el obelisco con su sombra según una escala común. Por ejemplo, si la escala es 1/100, 1 cm en la hoja representará 1 metro en la realidad y si es 1/50, 2 cm representarán 1 metro. Los alumnos trazarán luego la hipotenusa del triángulo para representar el rayo solar y por tanto el ángulo que tendrán que medir.

A continuación, reproducirán este ángulo en la hoja de calcar, lo recortarán, dejando todo alrededor un borde cualquiera, y lo colocarán sobre la fotocopia ampliada de un transportador. Si han hecho todo esto cuidadosamente, el ángulo será algo superior a 7°, lo cual coincidirá con el valor de 7,2° que había hallado Eratóstenes. Si hay una diferencia muy grande con este resultado, tendrán que preguntarse por qué y encontrar el motivo.



Los alumnos observarán que, con una fotocopia bastante grande, la precisión puede llegar a ser de un cuarto de grado y aproximarse a la de la medida del sabio griego. Pero también entenderán que paradójicamente esta precisión no podrá conseguirse con un transportador "de verdad" y hasta van a poder comprobarlo un poco más adelante.
En su cuaderno de experiencias, los alumnos pegarán el esquema y, junto a él, la hoja de calcar colocada sobre la parte útil de la fotocopia del transportador. También podrán añadir sus comentarios.

Si lo desea, otro ejercicio para practicar

Puede ser interesante que sus alumnos practiquen cómo usar un transportador haciendo un juego que podrá presentarles así:
"Acabamos de hallar las medidas que nuestro genial sabio pudo realizar a lo largo de todo el año en Alejandría, partiendo de la sombra de un obelisco, siempre el mismo, que —recordemos— medía 8 m de altura. Este cuadro les proporciona esas medidas pero algunas de ellas desaparecieron misteriosamente… ¿Sabríais cómo volver a calcularlas?"

Copie (o fotocopie) el cuadro de datos siguiente borrando (por ejemplo, con corrector blanco) algunas de las medidas de los ángulos y las sombras pero cuidando que, para una fecha determinada, uno de los dos datos subsista, porque sin él no podríamos calcular el otro. Fotocopie ahora el cuadro con los blancos y distribuya un ejemplar a cada alumno. Pídales que expliquen oralmente cómo tendrán que proceder.

Fecha	21 de enero	21 de febrero	21 de marzo	21 de abril	21 de mayo	21 de junio	21 de julio	21 de agosto	21 de septiembre	21 de octubre	21 de noviembre	21 de diciembre

Longitud de la sombra del obelisco en metros	9,9	7,2	4,8	2,8	1,6	1	1,5	2,8	4,7	7,2	9,9	11,3
Ángulo formado por los rayos y el obelisco en grados	51,1	41,8	31	19,3	11,1	7,2	10,8	19,2	30,6	42,0	51,2	54,7

Este juego les dará la oportunidad de practicar cómo hacer esquemas en tamaño reducido y usar un transportador para poder rellenar los casilleros en blanco. También será un buen ejercicio para evaluar los ángulos que forman los rayos y las sombras de sus propios trazados, los que ya han hecho y los que harán más tarde (vea más adelante).

Usar el cuadro de datos

Una vez encontrados los datos faltantes, los alumnos podrán notar que la longitud de la sombra al mediodía, por un lado, y la inclinación de los rayos solares, por el otro, varían, aunque inversamente, a lo largo del año (el ángulo pasa de un valor máximo el 21 de diciembre a uno mínimo el 21 de junio). Es posible, además, que ya hayan constatado esta evolución gracias a las observaciones realizadas desde el inicio del proyecto. Pero si no fue así, este descubrimiento no dejará de intrigarlos y querrán saber a qué se debe. Para comprobar por sí mismos si esto se da también en su ciudad, tendrán que hacer nuevas observaciones en las semanas siguientes y deducir el ángulo de los rayos solares, para ver cómo va cambiando hasta el final del año escolar.

Mientras tanto, podrán usar las observaciones que ya han hecho, esquematizándolas y calculando el ángulo con un transportador, para luego comparar este valor con el de Alejandría en la fecha más cercana. Verán qué diferencia hay, tratarán de explicarla y harán una simulación para comprobar su hipótesis.

Simulación con un globo terráqueo (o un globo que haga las veces de Tierra)

Recuérdeles a sus alumnos las simulaciones con el globo (vea la parte 4 de la secuencia 3). Seguramente se acordarán de que las sombras de los gnomones eran cada vez más grandes a medida que se alejaban de Siena hacia el norte o hacia el sur. Además, en el primer caso, se dirigían hacia el norte y, en el segundo, hacia el sur.

Ahora podrán comprobarlo nuevamente con un globo terráqueo (o un globo que haga las veces de Tierra) y dos minúsculos gnomones idénticos, tomando como referencia Alejandría en lugar de Siena. Con la ayuda de un atlas, situarán a ojo en el globo su propia ciudad y la ciudad de Alejandría, en la que harán aparecer una sombra muy corta a la hora del mediodía solar. A continuación, harán girar el globo hasta que aparezca en su ciudad una sombra que sea lo más corta posible. Comparen luego ambas sombras. Según la situación geográfica de su país, la conclusión de esta simulación será distinta: los alumnos observarán una sombra más larga (al norte del Trópico de Cáncer y al sur del Trópico de Capricornio) o

más corta (en la zona intertropical).

---

3) Fabricar el gnomon "Eratos" para la clase

Duración: una o dos sesiones para fabricar y ajustar el gnomon.

Lugar: el aula de clase y luego un lugar soleado.

Material

Para toda la clase
- los materiales elegidos para fabricar el gnomon y su base,
- herramientas,
- material para ajustar el gnomon ("escuadra doble", nivel de aire, brújula).

Concertación

Organice, para empezar, una sesión general en la que se establecerán las condiciones de fabricación del gnomon "Eratos". Habrá que tomar en cuenta las exigencias materiales (sobre todo en cuanto al tamaño de la base, que no podrá medir más de un metro cuadrado) pero cada uno dará su opinión.
Sabiendo que la punta de la sombra siempre es más difusa, algunos alumnos querrán usar una varilla bastante corta (15 cm les parecerá bien). Pensando que las sombras se van a ir acortando hasta el 21 de junio (en el hemisferio norte, a la inversa del hemisferio sur), otros preferirán un instrumento más grande, que además podrán decorar "como un tótem", y propondrán construir un gnomon de 30 cm de altura.
Una solución consensual podría ser fabricar un gnomon de 10 a 20 cm de altura, de sección cilíndrica y poco diámetro, con punta plana y fijado a una base rectangular de unos 60 x 40 cm. En algunas latitudes no convendrá utilizar varillas metálicas porque se calentarían al sol y podrían dilatarse si permanecieran mucho tiempo expuestas.

Fabricación del gnomon

Como los alumnos ya conocen bien este tipo de actividades y como seguramente tendrán muchísimas ideas originales (¡que habrá que analizar cuidadosamente antes de poner en práctica!), no le daremos más consejos para fabricar este gnomon. Sin embargo, sí le recomendamos que la base sea sobria, que su superficie no tenga ningún tratamiento que pueda hacer que se abombe ni decoraciones que puedan molestar a la hora de trazar las sombras. ***Asimismo, tenga cuidado con la radiación solar que podría dilatar o deformar los materiales que utilice si la temperatura, al realizar las medidas, llegase a los 30***

grados. La base no tiene que abombarse sino permanecer perfectamente plana para que las medidas sean fiables.

Orientación y ajuste

En lo que respecta a la orientación de la base, así como al posterior ajuste de su horizontalidad y de la perpendicularidad de la varilla, vea la parte "Ajuste" de los gnomones al final de la secuencia 2. Ni que decir tiene que habrá que realizar estas tres operaciones con la mayor precisión y que, antes de cada sesión de medidas, habrá que comprobar si tanto la orientación como el ajuste están en orden o si hace falta reiterarlos.

Testimonio del Prof. Pouyet, de la escuela de Rocquigny (al NE de Francia), sobre la fabricación del gnomon (proyecto de 2001)

"Así es como nosotros construimos nuestros gnomones:
Los chicos construyeron, para empezar, un gnomon individual, con una plancha de cartón espeso en el que clavaron una varilla (un palito, un gran mondadientes).
Con él realizaron las primeras medidas, que resultaron ser poco fiables. Enseguida hubo que considerar varios parámetros (horizontalidad y verticalidad).
Al final nuestro gnomon consta de:
- una plancha de madera contrachapeada (de 50 cm x 30 cm x 2 cm) con un agujero en uno de los lados,
- una varilla de 15 cm con rosca, fijada perpendicularmente a la madera mediante tuerca y contratuerca.
Luego, elegimos un sitio en el patio de la escuela en el que da el sol durante el mediodía y donde medimos la horizontalidad con un nivel. Todas las medidas se realizan en ese sitio.
Marcamos la longitud de la sombra del gnomon en la madera y después, en el aula, reproducimos a escala 1/2, en papel milimetrado, el triángulo que forman el gnomon, los rayos solares y la sombra del gnomon. Medimos el ángulo y todo ello en tan sólo unos 10 minutos..."

---

4) Tomar nuevas medidas del ángulo y comunicar los resultados (medidas específicas del proyecto con el gnomon "Eratos")

Duración: durante varias semanas, en función del estado del tiempo, 10 minutos diarios para medir la sombra a la hora del mediodía solar y depués unos breves minutos para medir el ángulo de los rayos del sol.

Lugar: un lugar soleado y el aula de clase.

Material

Para toda la clase

- el gnomon "Eratos",
- hojas de papel milimetrado,
- lápices con buena punta,
- reglas,
- transportadores,
- hilo de coser.

¡Aquí empieza por fin la operación Eratóstenes!

Las medidas que realizarán a partir de ahora tendrán que ser exactamente a la hora del mediodía solar. La última parte de la secuencia 3 le ofrecía varias soluciones para evaluar, en cualquier momento del año, la hora del mediodía solar según su reloj (o sea según la hora civil). Eran las siguientes:

1. Conformarse con el trazado corespondiente a la dirección norte dada por una brújula, sabiendo que es ligeramente distinta del norte geográfico, lo que implicará un pequeño "error" desde el inicio. Y luego esperar el momento en que la sombra del gnomon pase por dicha dirección.
2. Trazar sobre la base del gnomon (dibujada con gran exactitud en el suelo) lo que se denomina una meridiana, es decir, un fragmento del meridiano del lugar, lo que nos dará el norte geográfico. Esta es una actividad muy interesante que merece la pena que hagamos una vez y que le ofrecemos como tarea optativa (vea la ficha: "Trazado de la meridiana".
3. Consultar el sitio web del Bureau des longitudes (BDL) que, según su ciudad (en cualquier parte del mundo) y la fecha elegida, le dará la hora del mediodía solar, en tiempo universal. En Francia, tendrá que sumarle una hora, si la hora vigente es la de invierno, y dos horas si es la de verano (piense en ajustar su reloj con el reloj telefónico). La dirección del sitio web es:

http://www.bdl.fr/cgi-bin/levcou.cgi

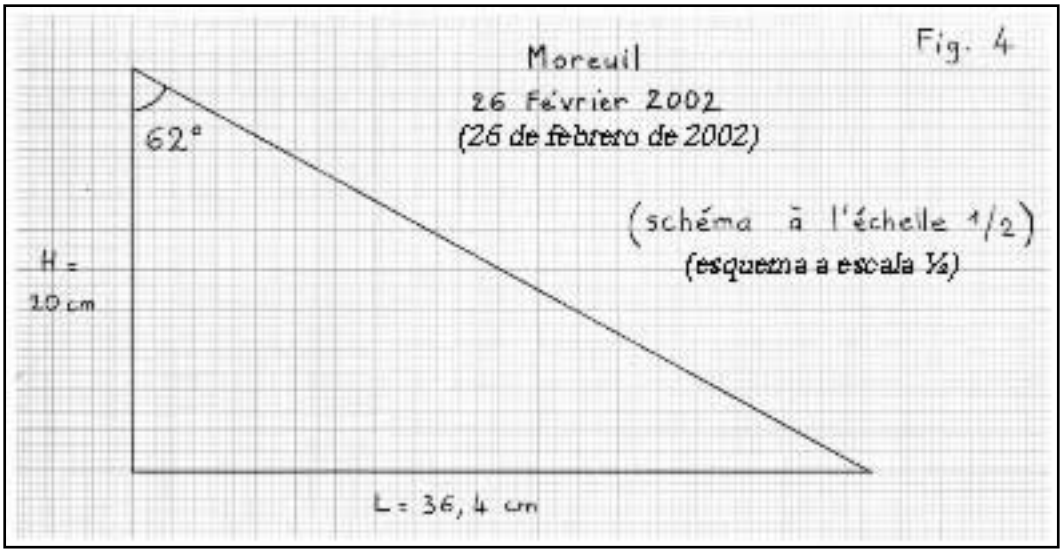
(Nótese que, en cuanto trace la primera sombra a la hora exacta que le indicará el BDL, podrá trazar la meridiana del lugar, ya que ésta coincidirá con el trazado de la sombra.)

Experimentación

Día tras día, cuando el sol brilla al mediodía y la sombra del gnomon "Eratos" acude a su cita con la meridiana, un alumno irá a hacer con un lápiz una marca exacta en el extremo de la sombra y medirá luego la longitud con mucho cuidado.

Esquema

Seguidamente, con un lápiz de punta muy fina, trazará en una hoja de papel milimetrado, en tamaño real o a escala 1/2, la altura del gnomon y la longitud de la sombra (ambas medidas obligatoriamente con una precisión del orden del milímetro), al igual que el rayo solar, o sea, una recta que una los dos extremos.



Medida del ángulo

Ahora lo único que falta es medir el ángulo con un transportador, con la mayor precisión posible, es decir, un grado o medio grado, no más. Para ser todavía más precisos, se puede recurrir a la técnica de la hoja de calcar y la fotocopia ampliada del transportador (vea nuevamente la figura 3).

Lo mejor es que tres alumnos hagan estas operaciones simultáneamente a partir de la misma marca inicial (por eso es tan importante que ésta sea lo más exacta posible). Si dos de los resultados o los tres concuerdan bastante, podremos dar por válidas todas las medidas; de lo contrario habrá que volver a empezar con los esquemas.

Variante optativa

Algunos alumnos quizás quieran medir el ángulo in situ, es decir, tendiendo un hilo muy fino, por ejemplo, un hilo de coser, desde el extremo del gnomon hasta el de la sombra, usando un transportador. Verán que la experiencia es bastante delicada, sobre todo porque no es fácil que el hilo esté ni demasiado tenso ni demasiado flojo y que el transportador esté bien ajustado en relación con la varilla del gnomon. No obstante, podrán comparar sus resultados con los que se hayan conseguido con los esquemas y sacar conclusiones interesantes.

Se puede medir también el ángulo de los rayos solares in situ con ayuda de un cuadrante. Esta otra técnica muy rápida y sencilla se denomina "observación directa gracias a la sombra mínima de un cuadrante" y nos la sugirió el año pasado el Prof. Gérard Corbet (vea la ficha correspondiente).

Observaciones

Con el correr de los días, veremos que las marcas en la meridiana se van desplazando lentamente. A partir del 22 de diciembre parecerá que "retroceden" hacia la base del gnomon. Los alumnos deducirán que, después de haber llegado a su nivel más bajo en el cielo de diciembre, ahora la trayectoria del Sol está subiendo de nuevo (y así seguirá hasta el 21 de junio). Entonces piense en recordarles el cuadro de medidas de las sombras en Alejandría y analice con ellos las semejanzas entre las variaciones de la "sombra calendario" a lo largo del año.

Y si un día la sombra del gnomon tiene la misma longitud que el gnomon mismo, sus alumnos verán que el ángulo mide la mitad que un ángulo recto, "como cuando doblamos en dos la esquina de una hoja". A esta altura, cabe añadir que en el caso de una ciudad situada exactamente a los 45° de latitud (como, por

ejemplo, Burdeos, en Francia), esto se producirá el 21 de marzo, día del equinoccio (y el 21 de septiembre). En efecto, durante el equinoccio, el ángulo de los rayos solares es igual a la latitud del lugar, y por tanto, cada escuela, esté donde esté, verá que ese día el ángulo mide lo mismo que su propia latitud.

Comunicaciones e intercambio

Anote con cuidado en el esquema el valor del ángulo correspondiente a cada marca hecha a la hora del mediodía solar, junto con la fecha y la hora civil, pero esta última sólo a título indicativo ya que no se la tendrá en cuenta en los cálculos posteriores.

No deje de ingresar estos datos en el cuadro que hemos creado especialmente en el sitio web dedicado al proyecto, para poder compartir e intercambiar sus medidas con las demás escuelas de todo el mundo que participan en el proyecto.

http://www.mapmonde.org/eratos/measures.php?lang=es

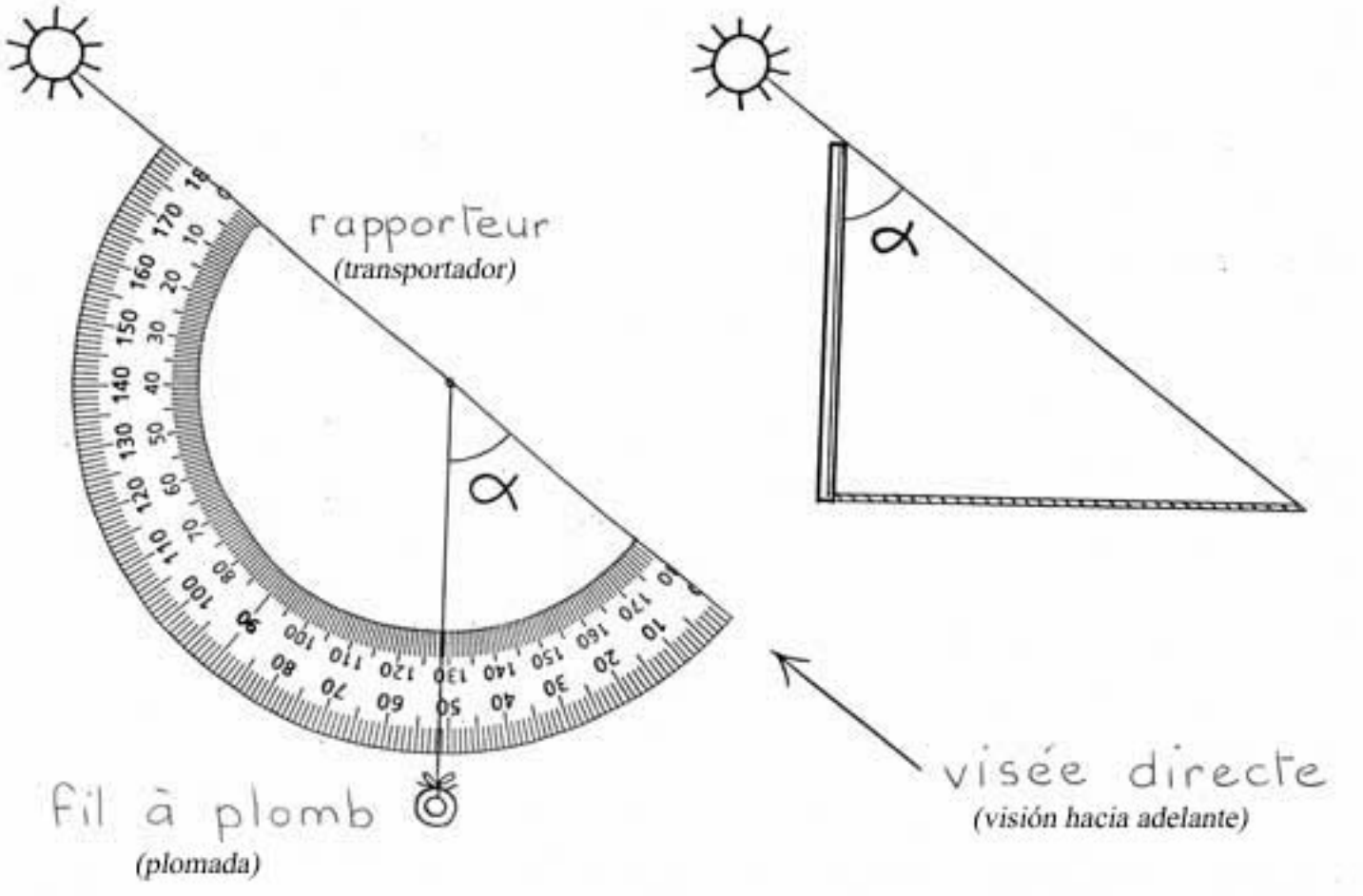
Piense en publicar sus medidas con frecuencia y observe bien los resultados de las demás escuelas. Comparar las medidas de las distintas escuelas será el objeto de la próxima secuencia, gracias a la cual podrá tratar el tema de las coordenadas geográficas. ¡Nos vemos en Internet!

Tarea extra (Secuencia 4)

Medir el ángulo de los rayos solares con ayuda de un cuadrante

(Observación directa gracias a la sombra mínima de un cuadrante)

Le presentamos en esta ficha otro método rápido y sencillo para medir el ángulo de los rayos solares, que sus alumnos estarán encantados de poner en práctica paralelamente a la técnica del gnomon Eratos. Inspirándose en el principio de la observación directa del sextante usado para la navegación, este método permite leer inmediatamente el ángulo (que llamaremos a) gracias a un instrumento llamado cuadrante, es decir, sin recurrir a un gnomon. La figura de abajo ilustra este principio pero observe desde ahora que la orientación del instrumento en dirección al Sol se hará con ayuda de la proyección de la sombra mínima sobre una pantalla y no por observación ocular directa, ya que ésta es muy peligrosa si los ojos no están protegidos con filtros especiales.



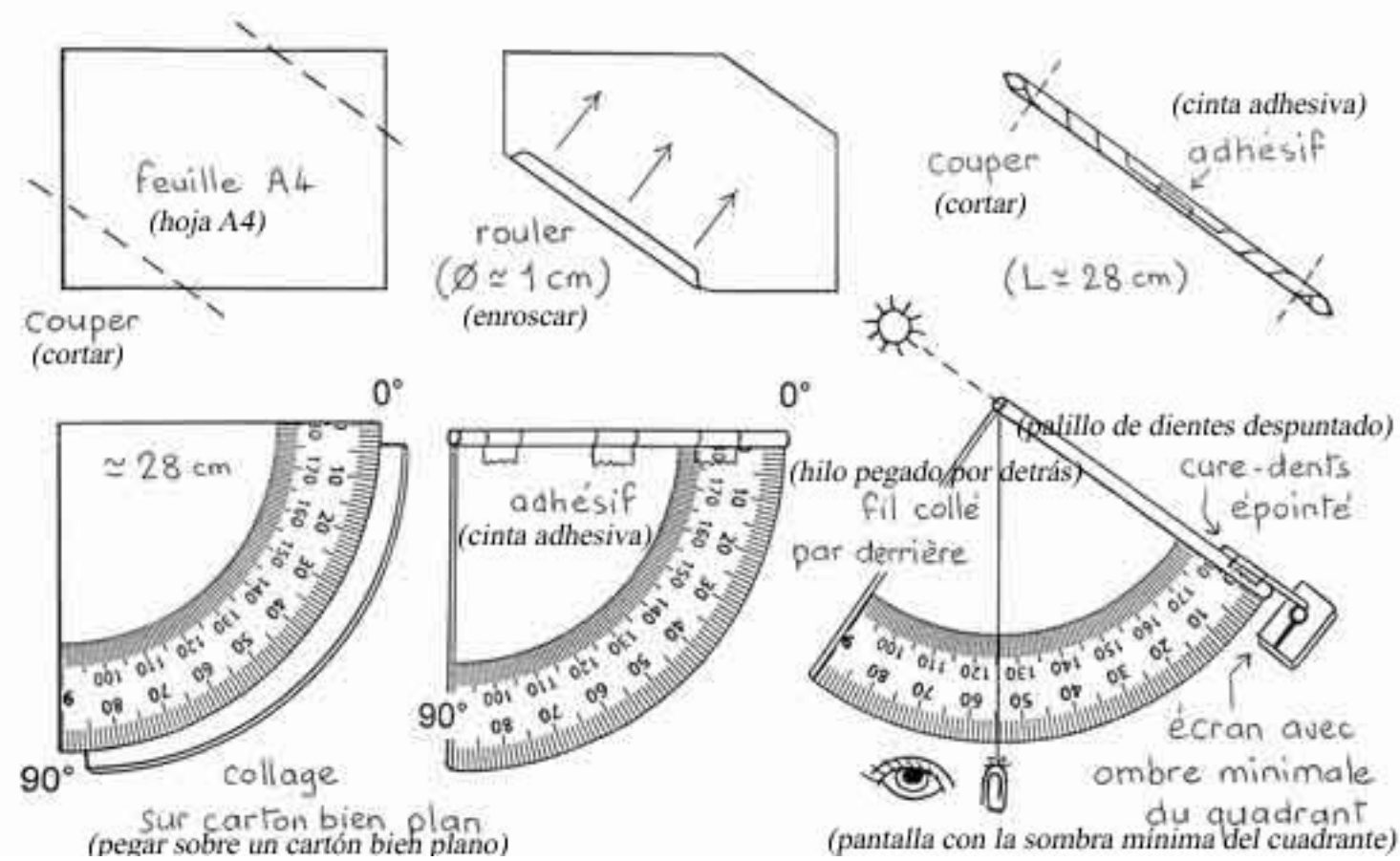
Material

- - una hoja de papel A4,
- - un cuadrado de cartón rígido de unos 30 cm de lado y otro de unos 8 cm,
- - la fotocopia muy ampliada de un transportador de 180º,
- - un palillo de dientes (mondadientes o escarbadientes) despuntado,
- - hilo común,

- un clip,
- cinta adhesiva.

Fabricar un cuadrante colectivo

Al igual que con el gnomon Eratos, fabrique el cuadrante con mucho esmero para que la medida del ángulo a sea lo más precisa posible (¡teóricamente la precisión ha de ser de un cuarto de grado!). La figura de abajo describe el proceso que hay que seguir; además, a continuación añadimos algunas explicaciones complementarias.
Al enroscar la hoja de papel, asegúrese de que el tubo sea bien cilíndrico. Fotocopie la parte útil de un transportador escolar en dos ampliaciones sucesivas, la segunda en una hoja A3, y compruebe luego que el ángulo recto mide realmente 90° porque algunas fotocopiadoras producen deformaciones. La plomada tiene que sobresalir muy poco del cuadrante para estabilizarse más rápido, mediante contactos ligeros y reiterados con éste.
En cuanto a la pantalla, habrá observado que es solidaria del tubo y que consiste en un pequeño rectángulo o cuadrado situado aproximadamente a 2 cm hacia atrás (ya verá las ventajas de esta disposición con respecto a una pantalla más grande que estuviera situada hacia atrás del cuadrante). Antes de cada medida, mirando de perfil y por encima, compruebe que la pantalla está bien perpendicular al tubo.
Tenga cuidado con el viento al que pueda estar expuesto el cuadrante. Trate de encontrar un sitio protegido y si no evite utilizar este método. De todas formas, se cotejará cada resultado con el que haya encontrado otro alumno gracias al gnomon.



Medir el ángulo α con el cuadrante

Unos instantes antes del momento exacto del mediodía solar, un alumno va a ponerse al sol para colocar el cuadrante de la siguiente manera: el perfil del instrumento estará colocado frente al Sol, en primera instancia sin preocuparse por la plomada. Una vez que la sombra mínima aparezca en la pantalla, tendrá que mirar el hilo de la plomada y ver si está demasiado lejos del cuadrante o, por el contrario, demasiado apoyado contra él.
*En ambos casos,*tendrá que corregir la posición del instrumento hasta que el hilo apenas roce el cuadrante. Esta vez sin preocuparse por la sombra, el alumno enderezará suavemente el cuadrante hasta hallar este ligero roce. Ahora bien, la sombra ya no es la mínima. Considerando entonces que el hilo es como un eje vertical en torno al cual se puede hacer girar el cuadrante, tendrá que corregir suavemente la orientación del instrumento para que vuelva a aparecer su sombra mínima.
Una vez estabilizado el hilo de la plomada justo antes del mediodía solar y tras controlar visualmente la sombra por última vez, leerá el valor del ángulo a con una precisión de un cuarto de grado… ¡La operación dura en total uno o dos minutos! No se olvide de cotejar el resultado con el que se ha hallado paralelamente con el gnomon.

Secuencia 4

Asistencia técnica para la secuencia 4
Mejorar y evaluar la precisión de sus medidas

Para facilitar el intercambio de experiencias entre las escuelas, hemos repartido a todos los participantes de la operación en 8 grupos más o menos homogéneos, además de un grupo con las escuelas egipcias. Tomando en cuenta las distintas latitudes en que están situadas las escuelas del territorio francés, hemos tratado de garantizar una diferencia de latitud mínima entre las escuelas dentro de cada grupo. Esto significa que, cualquiera que sea su grupo, hemos intentado ponerlo por lo menos con un participante cuya latitud difiera de la suya en al menos 3 o 4 grados.

¿Por qué? Porque un corresponsal situado a 4 grados al sur de su ciudad medirá un ángulo inferior de 4 grados al que Ud. mida el mismo día. Desafortunadamente, las medidas que realice con sus alumnos son sólo una estimación del ángulo que hay realmente entre el Sol y la vertical. Como se podrá imaginar, esta estimación supone necesariamente una parte de error: puede ser que mida un ángulo superior a la realidad o un ángulo inferior. Este error o diferencia depende tanto de la calidad de su gnomon (longitud y perpendicularidad de la varilla) como de la calidad de su instalación (horizontalidad de la plancha, trazado del meridiano local). Es obvio que su objetivo será realizar una medida tan precisa como sea posible.

Si el error de cada una de sus medidas es de 3 o 4 grados, está claro que su cálculo de la circunferencia de la Tierra estará muy alejado de la realidad, ya que dicho error será justamente igual a la diferencia entre su medida y la de su corresponsal. Si logra realizar una medida que difiera tan sólo en 2 grados, es mejor, aunque si su corresponsal trabaja con la misma precisión que Ud. sigue habiendo un alto riesgo de que sus medidas se anulen. En síntesis, es preciso que su gnomon esté suficientemente bien ajustado e instalado como para que las medidas tengan una precisión no menor a 1 grado.

Esta ficha técnica le ayudará a controlar y mejorar su instrumento de medición para poder publicar rápidamente medidas muy precisas. Entre las escuelas que ya han publicado sus medidas, algunas cumplen efectivamente con este criterio de precisión. ¡Esto significa que todas pueden hacerlo! Hemos querido reunir en esta ficha una serie de consejos e ideas para ayudarlo. Por supuesto, no son más que sugerencias y la lista no es exhaustiva... No dude en escribir por correo electrónico a las escuelas de su grupo y a intercambiar con ellas sus trucos técnicos. ¡Para eso están las listas de difusión!

¡Cuántos errores!

Cada vez que ensamble dos partes del instrumento o lo instale para realizar una medida, inexorablemente cometerá pequeños errores que, sumados, podrían falsear el resultado. A veces, de casualidad, un error compensa con otro pero a veces se acumulan y perjudican considerablemente las medidas. Por eso es importante controlar todas las etapas con el mayor cuidado.

Por consiguiente, haga con sus alumnos una lista de las distintas etapas que le han permitido realizar cada medida a partir de la fabricación del gnomon: elección y medida de la longitud de la varilla, fijación de la varilla perpendicularmente a la base que a su vez ha de ser perfectamente plana, instalación de la plancha y control de su horizontalidad, trazado del meridiano y marca de la punta de la sombra de la varilla al pasar por la línea meridiana, medida de dicha sombra, trazado del sector angular gracias a las longitudes de la sombra y la varilla, y por último, medida del ángulo.

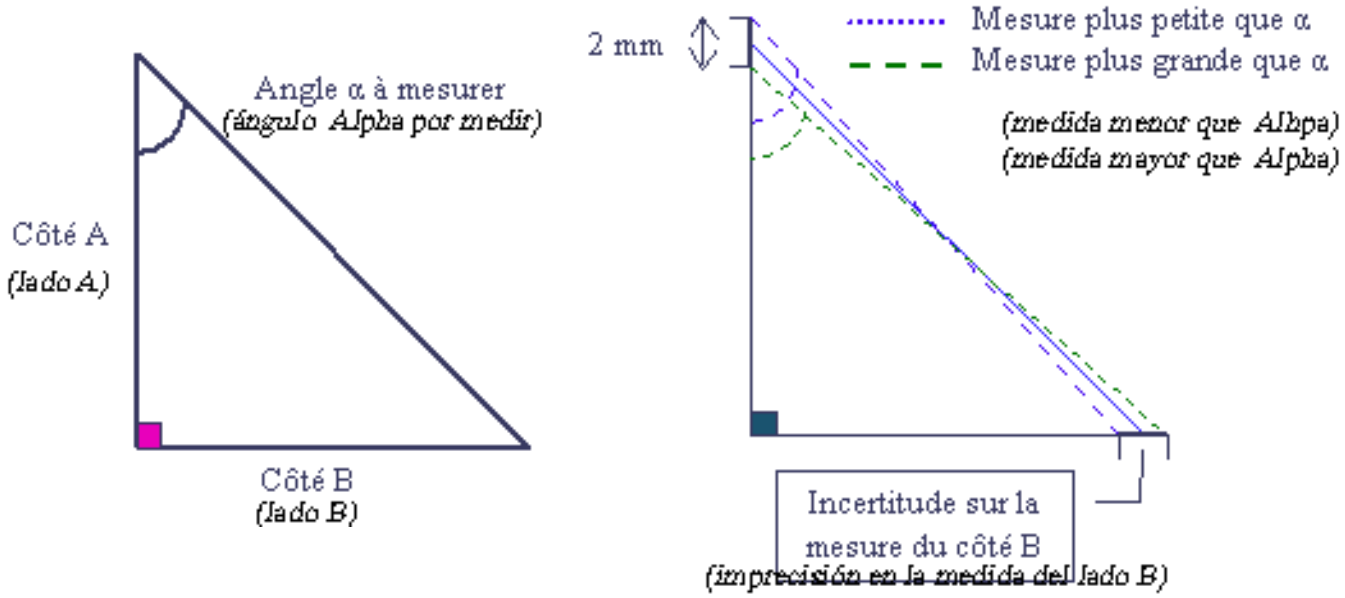
Ahora admita que en cada una de estas etapas ha cometido un leve error y entenderá que la medida final, al igual

que el cálculo del diámetro terrestre, puedan estar muy alejados de la realidad... Veamos, pues, algunas ideas y trucos para evaluar y reducir al mínimo esos errores.

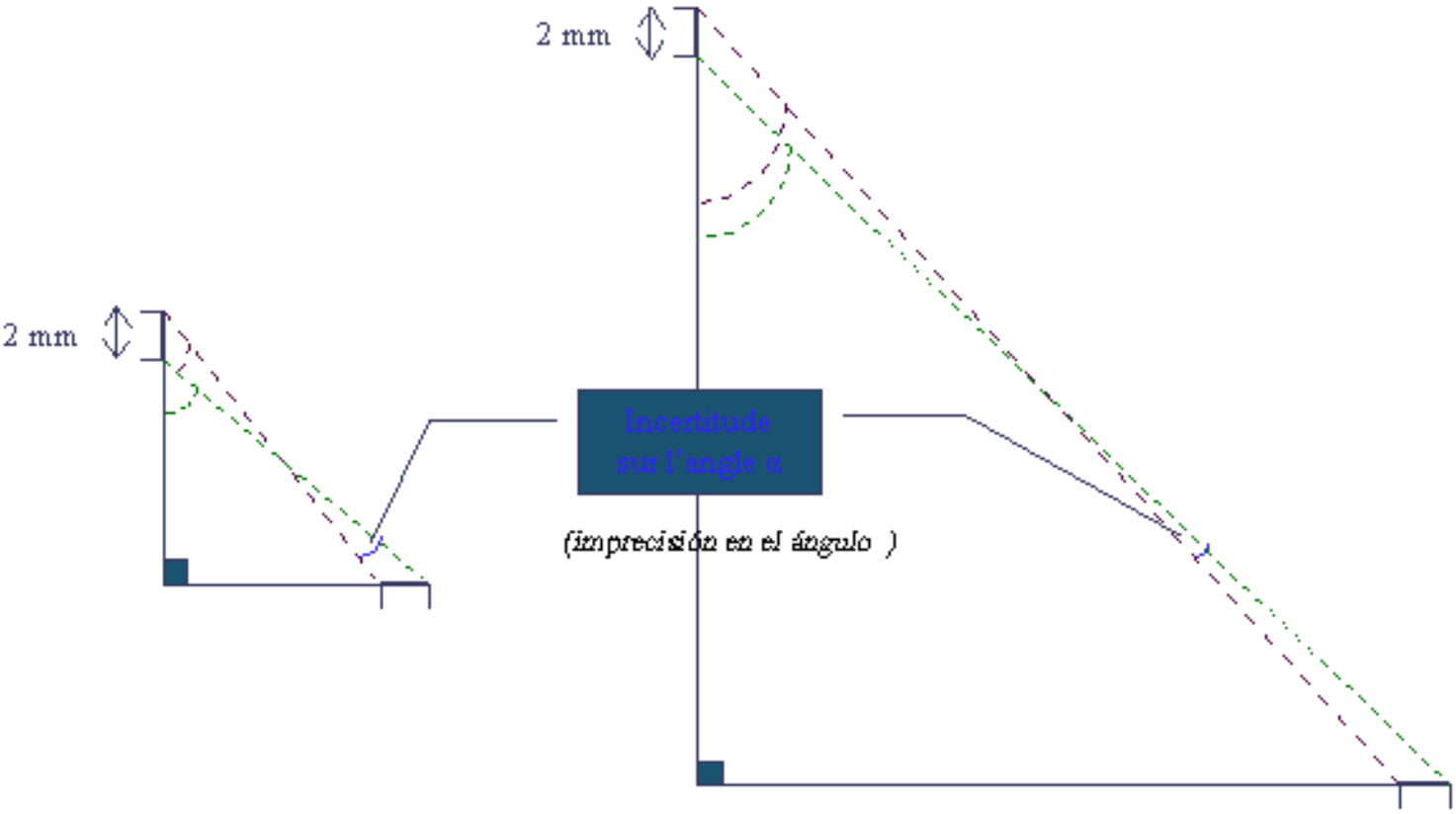
Reglas básicas

¿Cómo reducir al mínimo el error de medida de un ángulo? Aumentando al máximo la longitud de los lados que trazamos para medir dicho ángulo (vea la figura 1). Es cierto que no se puede conocer nunca exactamente una longitud pero sí la medimos siempre con una determinada precisión (déles un doble decímetro a 3 alumnos sucesivamente y pídales que midan el tamaño de su escritorio con una precisión de medio milímetro: ¡seguramente le darán 3 medidas distintas!).

Supongamos ahora que desee medir el ángulo alfa representado en la figura 1 de abajo partiendo de la longitud de los segmentos A y B, y que éstas hayan sido medidas con una precisión de ± 1 mm, lo cual es razonable. La figura muestra que esta imprecisión en la longitud de A y B produce una imprecisión en la medida del ángulo alfa.



Para reducir esta imprecisión, multiplique por 3 o 4 la longitud de A y B. La imprecisión en la medida de la longitud sigue siendo la misma, ya que depende únicamente de su manera de tomar las medidas, o sea de la calidad de su regla y de su lectura. En cambio, la imprecisión en cuanto al ángulo disminuye, tal como se ve en la figura 2. Observe los ángulos extremos debidos a esta imprecisión y vea cómo marcan los límites del valor real del ángulo alfa, que en este caso es de 45 grados. Este intervalo disminuye en la figura más grande (¡mídalo con el transportador y ya verá!). Por eso le aconsejamos que utilice grandes longitudes para medir los ángulos.



Aplicaciones

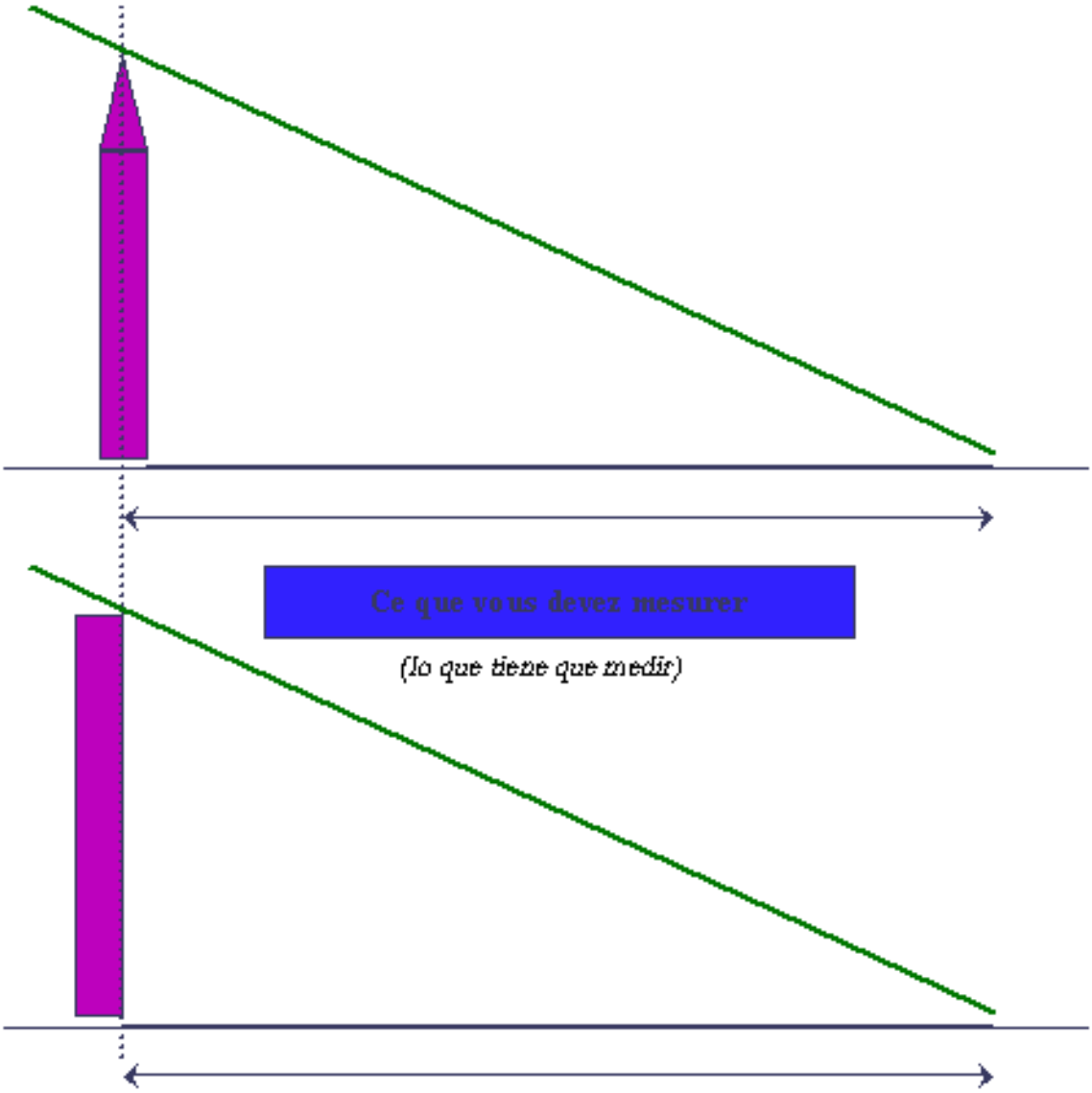
Emplee preferiblemente instrumentos grandes, por ejemplo, una escuadra para comprobar que su gnomon está bien perpendicular a la plancha. Preste atención: habrá que comprobarlo siguiendo dos direcciones perpendiculares una de otra, es decir, girar 90 grados alrededor de la base del gnomon y volver a controlar la perpendicularidad en esta otra dirección. ¡El gnomon podría estar efectivamente inclinado en cualquier dirección!

Un gnomon más largo será más fácil de instalar bien perpendicularmente a la plancha. Sin embargo, si mide más de 20 cm, su sombra será borrosa, aun a la hora del mediodía solar. Por tanto, es mejor conformarse con un gnomon de unos 10 cm de longitud.

Si ha fabricado un nivel de aire para controlar la horizontalidad de su plancha, éste será tanto más preciso cuanto la superficie del líquido sea grande, según el mismo principio que explicamos más arriba.

Para trazar las longitudes, emplee preferiblemente lápices de punta muy fina (por ejemplo, el portaminas de trazo más fino) que le ayudarán a reducir el margen de error de lectura en lo que se refiere a los ángulos. Asimismo, utilice más bien transportadores grandes para medir el ángulo final, lo que le dará mayor precisión.

Observación: según la forma de su gnomon, puntiagudo o despuntado, tendrá que medir la longitud de la sombra a partir de puntos distintos a la altura de su base. Observe bien la figura de abajo, ya que sin querer podría introducir sistemáticamente un error de medida.



Evalúe Ud. mismo su precisión

Para darse una idea de la precisión de sus medidas, basta con tomarlas todos los días. De un día para otro, el valor del ángulo de los rayos solares en relación con la vertical varía muy poco (entre 0,2 y 0,1 grado por día a partir de mediados de mayo), demasiado poco como para que sus medidas puedan reflejarlo. Si realiza tres medidas tres días seguidos, tendrá una idea de los errores (aleatorios) que comete al ajustar su instrumento y al tomar la medida. Las tres medidas tendrían que ser lo más semejantes posible. Lo que no podrá saber, en cambio, es cuál es su margen de error con relación al valor ”real” del ángulo que está midiendo.

Dicho esto, no se preocupe: vigilaremos de cerca todos sus resultados y le comunicaremos la precisión "real" de sus medidas si es necesario, a la hora de interpretar sus resultados. ¡Buena suerte! ¡Ya está a punto de lograr su objetivo!

Colofón

Aquí tiene la descripción del gnomon fabricado por Alain Rouquet y su clase, así como el procedimiento seguido. ¡Este gnomon, de concepción sumamente sencilla, da excelentes resultados!

“Para fabricar el gnomon, no hemos hecho nada muy original: colocamos un tablero de aglomerado melaminado sobre una mesa y en uno de los cantos del tablero una varilla de madera de sección redonda (8 mm), que sobresalía 10 cm, ajustada (pero no demasiado, para que los niños pudieran reajustarla en cualquier momento)

mediante una abrazadera para canalización de cobre, como las que usan los fontaneros (los plomeros).

Para cada medida, hay un alumno encargado de comprobar la horizontalidad del soporte y la verticalidad del gnomon, mientras que otro alumno traza en el tablero el extremo de la sombra y, de regreso al aula, un equipo se encarga de realizar las operaciones correspondientes: trazar el famoso triángulo y medir el ángulo del día, etc. Un último equipo, muy motivado, tiene como tarea ingresar el ángulo del día en el sitio web del proyecto Eratos.

La tarea optativa sobre la observación directa no fue muy satisfactoria; no es fácil realizar las medidas con precisión, aunque es cierto que a los niños les encanta observar el Sol con las gafas especiales para eclipses."

Hay algunas ilustraciones del proyecto en el sitio de la clase.

Secuencia 5

Medir el tamaño de la Tierra

Introducción

¡Felicitaciones! ¡Ha llegado a la recta final! En esta última etapa verá que todos sus esfuerzos y perseverancia a lo largo del proyecto no han sido vanos. Ha llegado la hora de aprovechar los datos recogidos hasta el momento con tanta paciencia y que resultan a la vez de sus propias observaciones y medidas, y del intercambio con las demás clases a través de Internet. Midamos juntos ahora la longitud de su meridiano y calculemos el tamaño de nuestro planeta.

Observación: esta última etapa es la más delicada del proyecto; por eso hemos seguido un procedimiento muy progresivo que le permitirá guiar a sus alumnos hacia el cálculo final.

Sumario de la secuencia

1 - ¿Cómo midió Eratóstenes la circunferencia de la Tierra?
- a - Noción de vertical a escala de la Tierra
- b - Descubrir el secreto de Eratóstenes
- c - Medir la longitud del meridiano

2 - Aprovechar los datos de otra escuela para medir su propio meridiano
- a - Elegir una clase asociada
- b - Realizar su propia figura de Eratóstenes
- c - Medir la distancia entre las ciudades asociadas
- d - Calcular la longitud de su meridiano
- e - Calcular el diámetro de la Tierra
- f - Publicar sus medidas en el cuadro que centraliza los resultados
- g - Enviar una postal a todos los participantes a través de nuestro sitio web

3 - Reproducir la experiencia histórica con una escuela egipcia el 21 de junio

Preparativos: la medida de Eratóstenes

Nuestro sabio griego ha llegado por fin al término de sus reflexiones y nos prodiga los resultados de su experiencia. Déles el siguiente texto a sus alumnos para que lo lean:

> "Después de medir el ángulo que formaban los rayos solares con la vertical que representaba el obelisco de su ciudad, Alejandría, Eratóstenes dibujó en el suelo un corte de la Tierra según un meridiano, representó en él las ciudades de Siena y Alejandría, y trazó los rayos del Sol que incidían en estas dos ciudades. Comparando los ángulos que formaban estos rayos y la vertical de ambas ciudades, y prolongando el rayo del Sol en Siena hasta el centro de la Tierra, tuvo la genial idea de medir la circunferencia de nuestro planeta.
>
> Enseguida entendió que le faltaba un solo dato: la distancia entre Alejandría y Siena. Sabía que las caravanas que cruzaban el desierto solían usarse para medir las distancias entre las ciudades. En

efecto, unos hombres, que se conocían con el nombre de bematistes, caminaban junto a los camellos contando sus pasos. Sabiendo la longitud media de un paso, calculaban las distancias recorridas multiplicando dicha longitud por el número de pasos dados durante el viaje. ¡Se decía que había cerca de un millón de pasos entre Alejandría y Siena! Esto equivalía aproximadamente a 5.000 estadios egipcios (la unidad de longitud utilizada en esa época).

Con unos cálculos muy sencillos, Eratóstenes dedujo rápidamente que la circunferencia de la Tierra medía exactamente 250.000 estadios. De inmediato comunicó su resultado a sus colegas científicos y geógrafos, y en poco tiempo llegó a todo el mundo griego la noticia que un sabio llamado Eratóstenes acababa de medir por primera vez el tamaño de nuestro planeta."

¡Ha llegado su turno! Trate de reproducir con sus alumnos la figura que hizo famoso a Eratóstenes por todo el mundo y descubran cómo hizo para medir la circunferencia de la Tierra. Luego, con sus propias medidas y las de una escuela asociada, calculen Uds. mismos el tamaño de nuestro planeta.

1 - ¿Cómo midió Eratóstenes la circunferencia de la Tierra?

a - Noción de vertical a escala de la Tierra

Cuando los alumnos discuten acerca del relato que acaban de leer surgen muchas preguntas. Lo primero que hay que entender es la noción de vertical en las dos ciudades de Siena y Alejandría. Si han participado en las actividades sobre las nociones de verticalidad y horizontalidad, seguramente intuirán como corresponde la noción de verticalidad a nivel local pero, ¿qué ocurre a escala del planeta?

Pregúnteles lo siguiente:

"Cuando los gnomones están bien ajustados (si es necesario, repase esta actividad y lo que los alumnos han apuntado en sus cuadernos de experiencias), ¿en qué posición están en relación con su base horizontal?" No dudarán en contestar que están bien verticales y, por tanto, perpendiculares al suelo horizontal.
"¿Qué sucede entonces con gnomones repartidos por toda la superficie de la Tierra?"

Los alumnos discutirán este punto y anotarán en sus cuadernos sus hipótesis, que tratarán de comprobar mediante una experiencia. Podrán proceder empleando una bandita de papel rígido sobre la que pegarán palillos o chinches bien perpendiculares al papel apoyado sobre un soporte plano. Este montaje representa los gnomones tal como los ven a su alrededor cuando están bien ajustados. Como están seguros de que la Tierra no es plana, harán una curva con el papel y verán que los gnomones ya no están paralelos sino que las direcciones hacia las que se orientan se van separando poco a poco. Si forman una circunferencia con la banda de papel, verán que los gnomones se disponen en forma de rayos con respecto a la superficie terrestre. Pídales ahora que dibujen en sus cuadernos esta extraña figura de la Tierra cubierta de picos como un erizo.

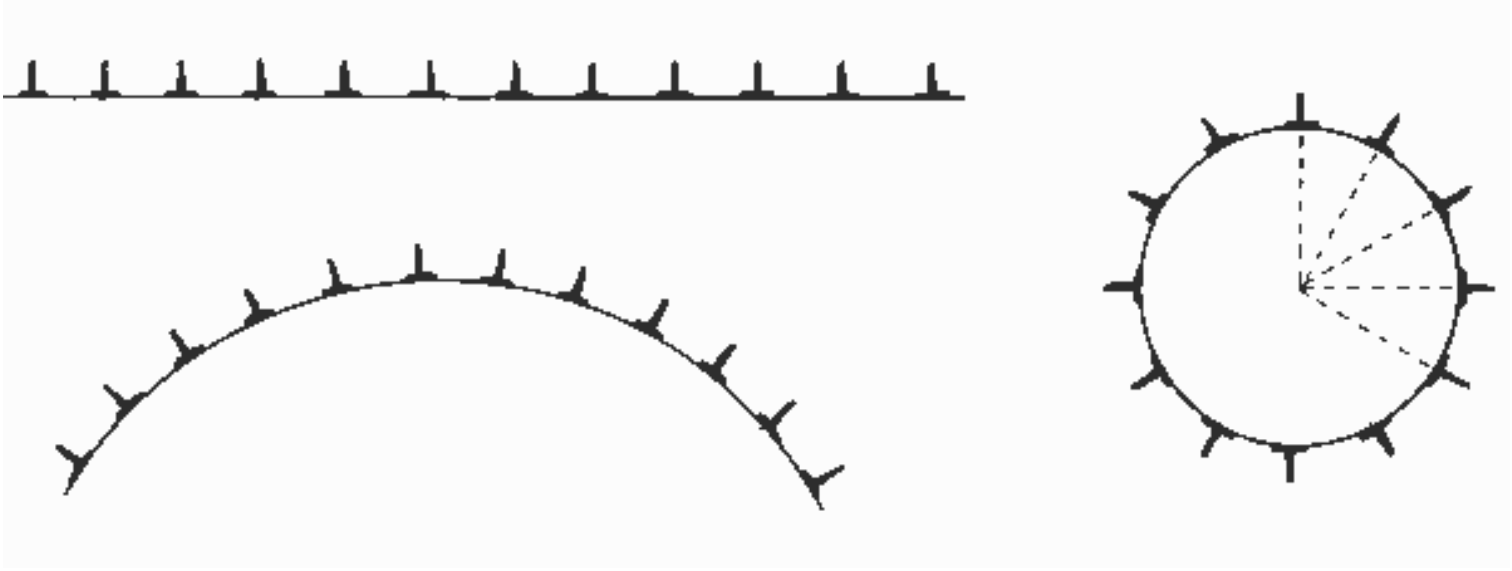


Figura 1

Recuérdeles que los gnomones representan la dirección de la vertical en los distintos puntos de la Tierra y pregúnteles qué pasa si mentalmente prolongan los picos hacia el interior del planeta. ¡Todos convergen en el centro de la Tierra! Esto puede comprobarse repitiendo la experiencia anterior con agujas de tejer o pinchos de los de barbacoa en lugar de palillos o chinches.

Así llegarán a la conclusión de que, en cada punto de la Tierra, la vertical se dirige hacia el centro del planeta y, por consiguiente, que les gnomones situados en dos ciudades distantes entre sí ya no son paralelos sino que sus direcciones forman un ángulo.

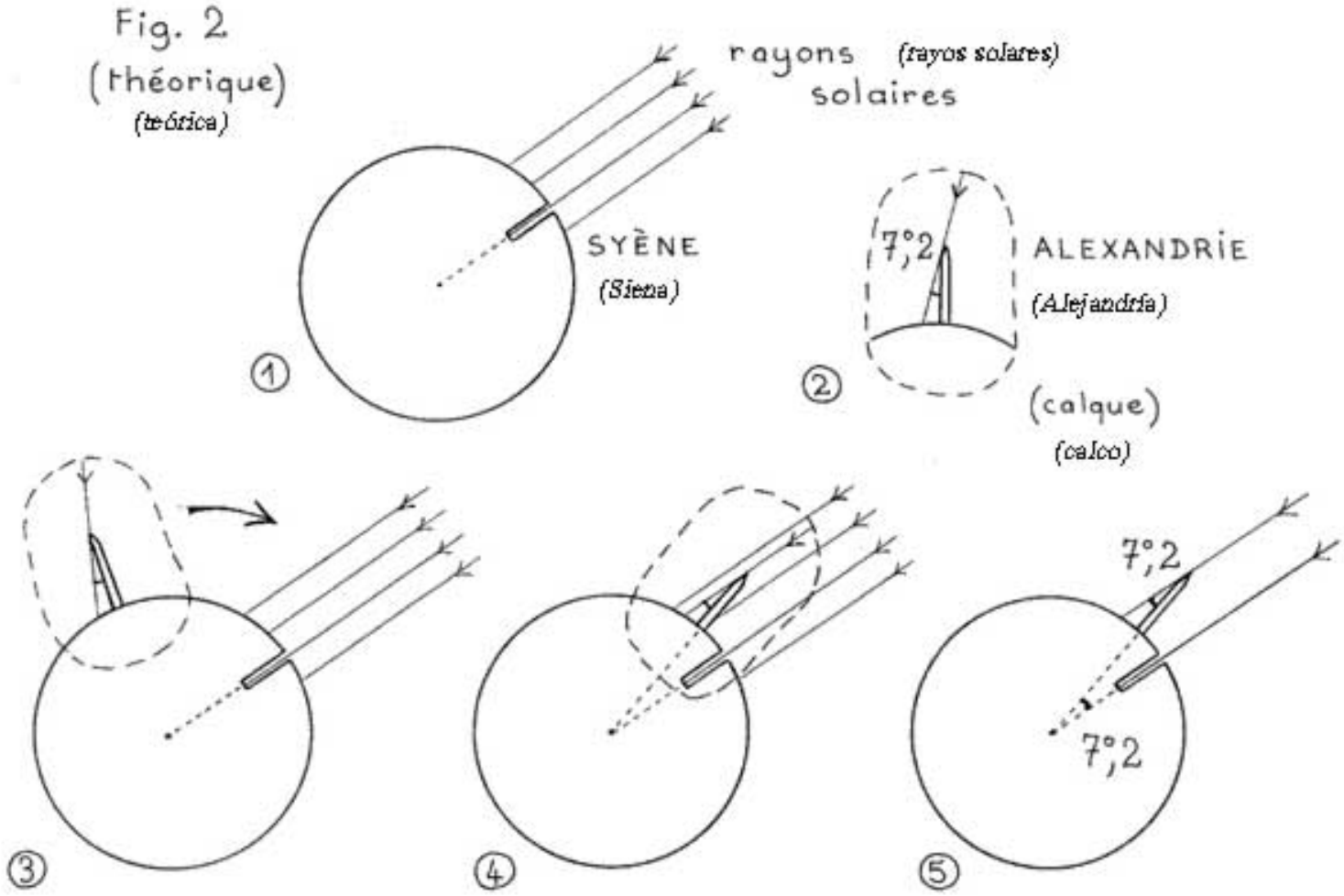
Dibuje, entonces, en la pizarra, la circunferencia de la Tierra y pregúnteles cómo colocarían en la figura las ciudades de Siena y Alejandría valiéndose de lo que saben acerca de las medidas de Eratóstenes.

b - Descubrir el secreto de Eratóstenes

Esta es una pregunta difícil y tendrá que ayudarlos a encontrar la respuesta, que los llevará a dibujar la célebre figura de Eratóstenes.

Los breves relatos históricos que hemos leído nos explicaban que en Siena, el 21 de junio al mediodía, los rayos del Sol llegaban hasta el fondo de los pozos y que los objetos verticales no daban sombra, o sea que seguían exactamente la vertical. En una hoja grande de papel A4 o A3, los alumnos dibujarán nuevamente la circunferencia de la Tierra, como en el primer croquis de la figura 2, y trazarán varios rayos solares (¡bien paralelos entre sí!), uno de los cuales seguirá exactamente la vertical.
Se puede empezar trazando en una hoja grande los rayos solares paralelos y recortar en una hoja canson de color un círculo que represente la Tierra y que se fija luego en la primera hoja por medio de un clavijo encuadernador. Luego, haga girar la Tierra hasta que los rayos solares incidan verticalmente en Siena.

¿Cómo hacer ahora para situar Alejandría? Pregúnteles lo que Eratóstenes midió ese mismo día y a la misma hora. "El ángulo que formaban los rayos del Sol y su obelisco, ¡o sea el ángulo que formaban los rayos con la vertical!" Basta con encontrar el valor de dicho ángulo (7,2 grados) y hacer un esquema, tal como se ve en la figura 2. Los alumnos utilizarán una hoja de calcar en la que trazarán el ángulo de Alejandría y que luego deslizarán sobre sus figuras hasta que el rayo que incide sobre el obelisco sea paralelo a los demás.



El secreto de Eratóstenes

Después de marcar con un lápiz negro la posición de Alejandría, trazarán la vertical que pasa por la ciudad y llega al centro de la Tierra. Pregúnteles qué piensan del ángulo que forman esta vertical y la vertical de Siena. "Se parece mucho al sector angular, o sea, al ángulo que midió Eratóstenes".

Enseguida querrán comprobar esto dando vuelta la hoja de calcar y superponiendo el ángulo al del centro de la Tierra. ¡Funciona! ¡Ése era el secreto de Eratóstenes! Pídales que comprueben si, con un ángulo que mide otro valor, el doble, por ejemplo, se llega al mismo resultado. Para ello, tendrán que colocar una nueva Alejandría con un ángulo de 14 grados, trazar la vertical y medir el nuevo ángulo formado en el centro de la Tierra. También podrán comprobar todas estas medidas con la ayuda de un transportador.

En su cuaderno de experiencias, reproducirán la figura sin las líneas inútiles, orgullosos de haber hecho semejante descubrimiento. Asimismo, deberán anotar la conclusión, o sea, el famoso secreto de Eratóstenes: el ángulo que forman los rayos solares y la vertical en Alejandría es exactamente igual al ángulo que forman las verticales de Alejandría y Siena medido en el centro de la Tierra. En su figura aparecerá la "Z del Zorro", que con toda seguridad les ayudará a memorizar este resultado increíble.

Pregunta accesoria: ¿qué pasaría con estos dos ángulos si hiciéramos girar la Tierra de tal forma que los rayos solares ya no incidieran verticalmente en Siena? Haga girar lentamente el círculo que representa la Tierra en el sentido contrario al de las agujas del reloj.

Tendrán que hacer la experiencia, volver a trazar los ángulos y compararlos para darse cuenta de que ya no son iguales... En Siena acaba de aparecer efectivamente un ángulo suplementario que cambia todo el problema.

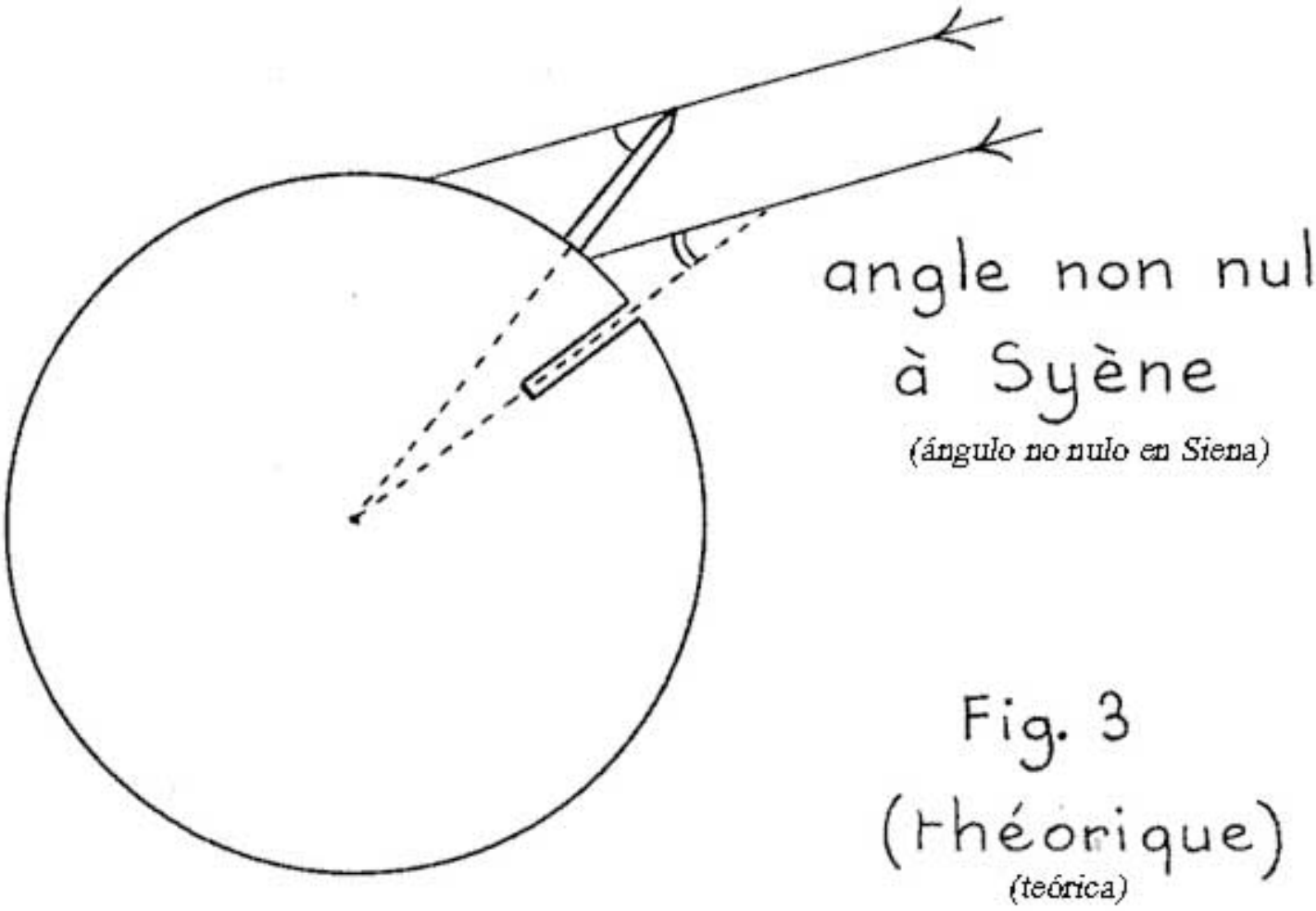


Fig. 3
(théorique)
(teórica)

Calcando los nuevos ángulos que han aparecido en Siena y Alejandría entre los rayos y la vertical, descubrirán tal vez, después de varias pruebas, que el ángulo entre las dos ciudades en el centro de la Tierra (que aparecía en el primer esquema) es igual a la diferencia de los ángulos medidos en las dos ciudades entre los rayos solares y la vertical (pueden medirlos igualmente con un transportador y buscar la relación entre los tres ángulos: en Siena, en Alejandría y en el centro de la Tierra entre las dos ciudades). Con las hojas de calcar también se puede hacer la misma verificación muy fácilmente.

De esta forma, los alumnos habrán generalizado la conclusión a los casos, por cierto mayoritarios, en que los rayos solares no inciden exactamente según la vertical. Nuevamente dejarán constancia de este descubrimiento en sus cuadernos de experiencias, que más adelante les será muy útil para reproducir la figura de Eratóstenes partiendo de sus propias medidas. Observe que esta última conclusión también se aplica al 21 de junio entre Siena y Alejandría, salvo que uno de los ángulos es nulo... Por tanto, la diferencia es sencillamente igual al ángulo medido en Alejandría.)

¡Ahora sus alumnos ya están listos para medir la circunferencia de la Tierra en todos los casos imaginables!

c - Medir la longitud del meridiano que pasa por Siena y Alejandría

Para que le sea más fácil introducir la regla de tres (o reglas de proporción) indispensable para calcular el meridiano, propóngales que piensen en la situación siguiente:

"Imaginad que Eratóstenes hubiera medido un ángulo distinto en Alejandría. Imaginad que Siena y Alejandría estuviesen situadas en una Tierra parecida a una tarta cortada en 8 partes iguales, en una posición semejante a la que observamos en la figura 4. Si conocemos la longitud del borde de una parte de la tarta, ¿cómo podemos hacer para hallar la longitud de la circunferencia completa de la tarta?"

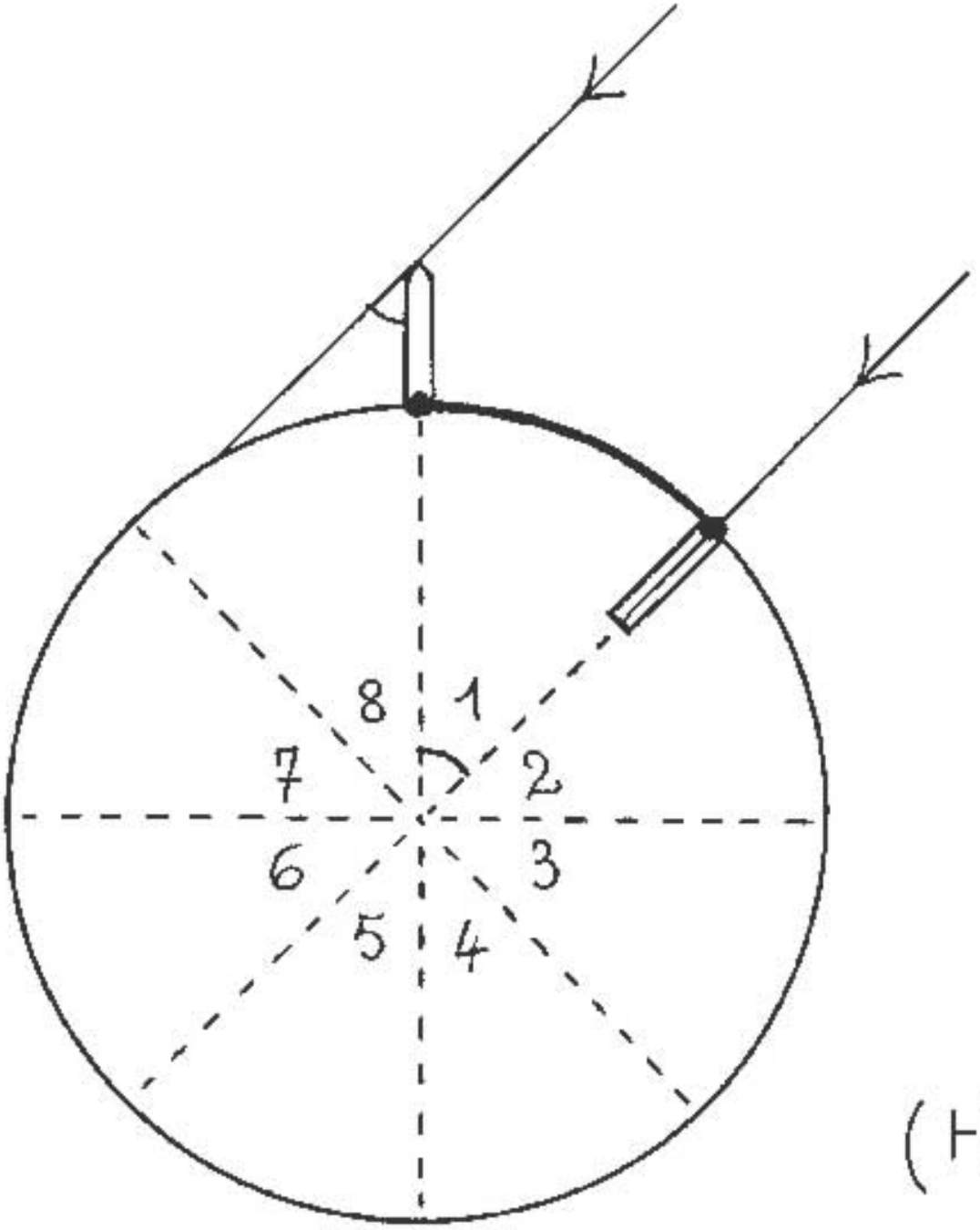


Fig. 4

(Théorique)

(teórica)

"¡Es fácil! ¡Hay que multiplicar por 8 la longitud!", contestarán. "¿Estáis seguros?" Puede proponerles que lo comprueben haciendo un gran círculo dividido en 8 secciones iguales y midiendo con dos hilos la longitud del borde de una parte y la del perímetro entero. Así encontrarán una relación de 8 entre ambas longitudes.

Eso era exactamente lo que pensaba Eratóstenes. Pero, ¿cómo saber cuántas "partes de tarta" había en realidad?

Los alumnos sugerirán distintas experiencias para tratar de descubrirlo y podrán formar varios grupos para probar si son válidas:
- se puede usar la plantilla del ángulo de 7,2 grados y hacerla girar alrededor del centro de la Tierra para ver cuántas partes se necesitan para llenar la Tierra (o la mitad de la Tierra y multiplicar por 2 el resultado);
- se puede usar hilo y comparar la longitud del borde de la "parte" de Siena a Alejandría (en la figura real dibujada anteriormente) con la longitud de la circunferencia completa de la Tierra;
- aquellos que prefieran los cálculos, dividirán 360 grados (o sea la circunferencia completa) por 7,2 grados (el ángulo del centro).

En los tres casos, encontrarán exactamente un factor 50 (¡o al menos con el método del cálculo!).
Ahora habrá que aplicar las reglas de proporcionalidad ya que Eratóstenes nos dice que la distancia entre Siena y Alejandría equivale a 5.000 estadios egipcios. ¡Si multiplicamos 5.000 por 50 da exactamente 250.000! ¡Igual que Eratóstenes! Hemos resuelto el enigma.

Aunque no sabemos cuánto medía el estadio egipcio... Esta última averiguación los llevará a consultar las enciclopedias o los motores de búsqueda de Internet, y encontrarán que:
1 estadio egipcio = 157,5 m, ¡lo que significa que la circunferencia de la Tierra mide 39.375 km! Comparen inmediatamente este valor con el que dan los diccionarios y descubrirán la increíble precisión de Eratóstenes.

2 - Aprovechar los datos de otra escuela para medir su propio meridiano

Advertencia: si tiene tiempo, lo invitamos a mirar la tarea optativa que le ayudará a tratar las nociones de paralelos y meridianos en la superficie del globo, especialmente comparando sus propias medidas de ángulos con las publicadas por las demás escuelas. Si no tiene mucho tiempo, puede optar por definir en clase estas nociones, con la ayuda de un globo terráqueo y un planisferio.(Tarea optativa: Situarse en la superficie de la Tierra)

a - Elegir una clase asociada

Para empezar, le recordamos brevemente las condiciones que ha de cumplir para que esta etapa sea todo un éxito:

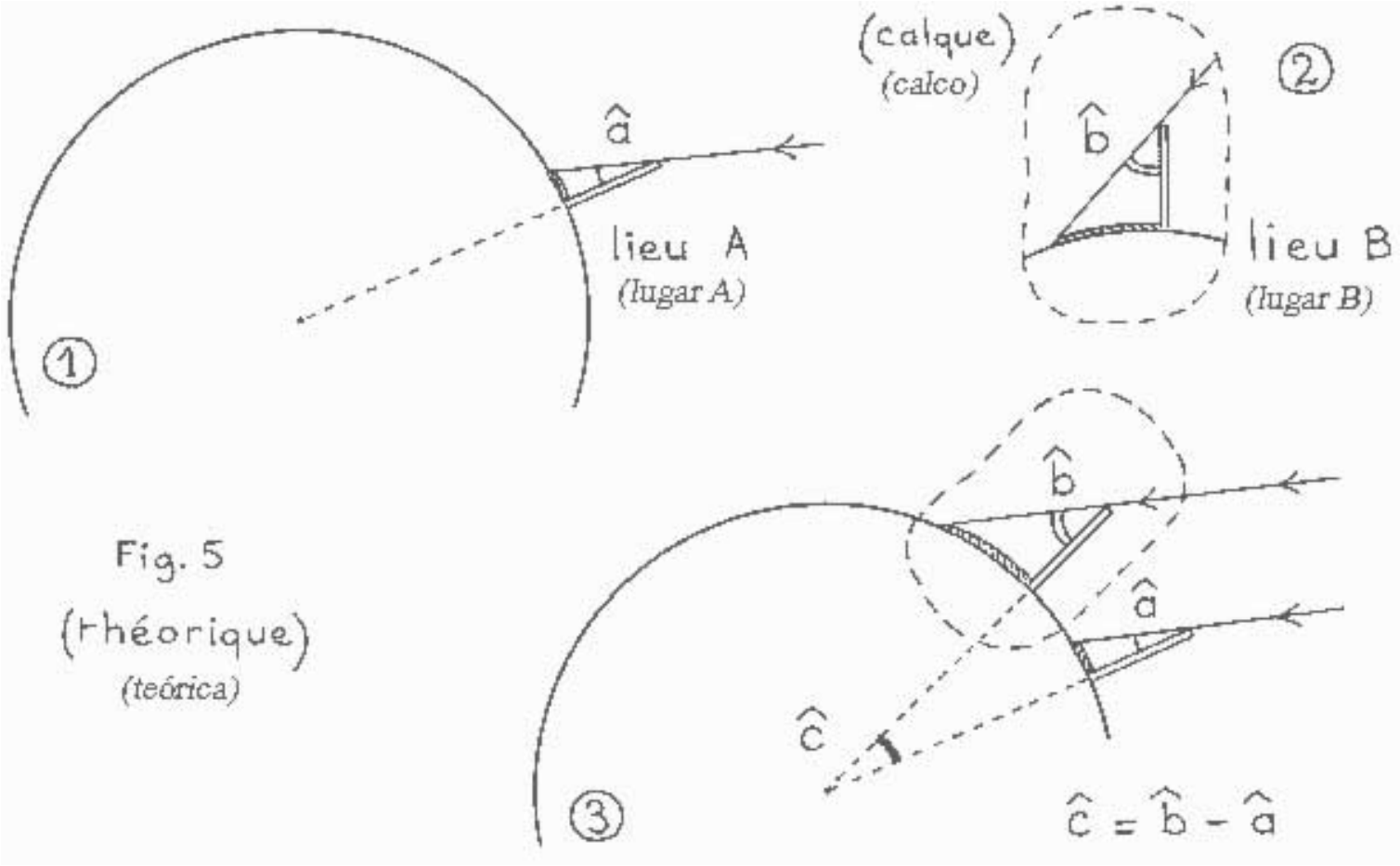
- medir la sombra de su gnomon a la hora exacta del mediodía solar (se tolera una diferencia de 10 minutos, ¡pero no más!) y deducir de esa medida el valor preciso del ángulo que forman los rayos solares y la vertical del lugar en que se encuentra;

- publicar su o sus medidas del ángulo en el cuadro que figura en el sitio de "La main à la pâte" (http://www.mapmonde.org/eratos/measures.php?lang=es) para que las demás clases puedan aprovechar también las medidas que Uds. realizaron ;

- elegir con sus alumnos una escuela asociada que haya realizado su propia medida el mismo día que Uds. a la hora del mediodía solar (se toleran dos días de diferencia cerca del mes de junio). Esta escuela tiene que tener una latitud que difiera de la suya en por lo menos 3 o 4 grados. Anote bien la orientación de las sombras, ya que algunas escuelas observan el punto culminante del Sol al mediodía hacia el norte y, por tanto, las sombras se orientan hacia el sur, a la inversa de la mayoría de escuelas que se encuentran en el territorio francés.

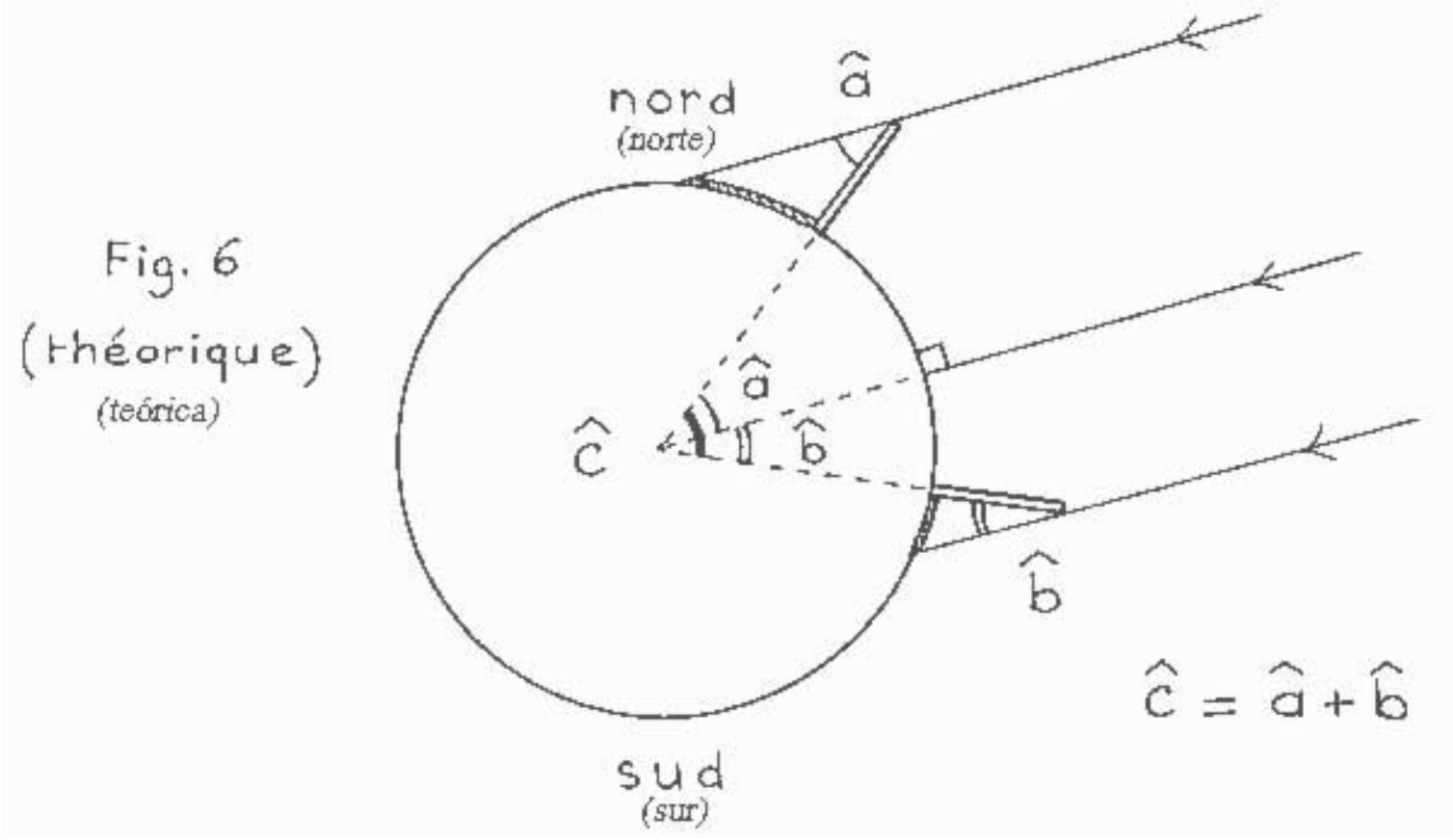
b - Realizar su propia figura de Eratóstenes

Ahora vamos a reproducir la figura de Eratóstenes con su propia ciudad y la de la escuela asociada que han elegido, utilizando los datos publicados en el cuadro. Los alumnos realizarán el esquema de la figura 5, en un día dado, siguiendo la misma técnica que acabamos de ver.



Pídales que deslicen la hoja de calcar sobre el corte de la Tierra. Es importante que ésta esté representada por un gran círculo (o semicírculo), ya que los ángulos tendrán una diferencia de apenas unos grados si las dos escuelas están situadas en el mismo país.

¡Ojo! Algunas escuelas situadas en la zona intertropical o en el hemisferio sur verán que la sombra apunta hacia el sur y, por tanto, que el Sol culmina al norte a la hora del mediodía solar. En tal caso, dichas escuelas tendrán que indicar imperativamente en el cuadro la orientación de la sombra porque esto cambia radicalmente los cálculos. Vuelva a ver las últimas reflexiones acerca de la figura de Eratóstenes, imagine y dibuje en el globo una ciudad del hemisferio sur situada en el mismo meridiano que Alejandría. La sombra estará orientada en la dirección opuesta. Pídales entonces a sus alumnos que tracen el ángulo que forman los rayos solares y la vertical de dicha ciudad (o que la midan), y que hagan lo mismo con el ángulo que forman esta ciudad y Alejandría medido en el centro de la Tierra. Una vez más, el objetivo es que encuentren la relación entre ambos ángulos pero esta vez tendrán que sumar los ángulos para hallar el ángulo que forman las dos ciudades en el centro de la Tierra.



Para estar seguros, podemos trazar el rayo solar que incide entre estas dos ciudades y pasa por el centro de la Tierra, desempeñando el papel de Siena ya que sigue la vertical. Dicho rayo solar divide en dos partes el ángulo que forman las dos ciudades en el centro de la Tierra. Si aplicamos el principio de igualdad de ángulos descubierto gracias a las ciudades de Alejandría y Siena a estos dos "subángulos", veremos que el primer ángulo (el superior) es igual al medido en la ciudad del hemisferio norte mientras que el segundo es igual al de la ciudad del sur. Y hay que sumar ambos "subángulos" para hallar el ángulo entero.

En resumen: si las sombras de las escuelas asociadas tienen la misma orientación (ambas dirigidas hacia el norte o ambas hacia el sur), hay que restar los ángulos medidos entre los rayos solares y las verticales para hallar el ángulo en el centro de la Tierra mientras que, si las sombras están orientadas en direcciones opuestas, hay que sumarlos.

c - Medir la distancia entre las ciudades asociadas

Como en el caso de Eratóstenes que ya hemos visto, sólo nos falta aplicar la reglas de proporción para hallar la longitud de la circunferencia de la Tierra partiendo de la distancia entre nuestras ciudades. Hace falta conocer, por tanto, la distancia entre ambas ciudades. Eratóstenes había elegido ciudades situadas prácticamente en el mismo meridiano pero hay pocas probabilidades que la escuela asociada a la suya se encuentre en el mismo meridiano que Uds., o sea, en la misma longitud. Los alumnos tendrán que admitir que hay que medir la distanca entre los paralelos de las ciudades y no la distancia directa entre las ciudades.

Para estar seguros de ello, piensen qué ciudad imaginaria situada en su meridiano medirá el mismo ángulo que la escuela asociada a la suya. Es la ciudad situada en el mismo paralelo. ¿Entonces qué diferencia hay? En dicha ciudad el Sol pasará por el mediodía a la misma hora que Uds. y podrán ponerla en la figura que vayan a dibujar ya que le recordamos que se trata de un corte de la Tierra según un meridiano (en este caso, el suyo).

Con la ayuda de la escala de un mapa de carreteras o de un atlas, estime la distancia entre los dos paralelos. Los mapas de los atlas y algunos otros suelen incluir algunos trazados de paralelos y meridianos que le serán muy útiles. Tenga cuidado con las proyecciones que, en los planisferios, deforman los continentes y no respetan las

escalas en algunas zonas del globo.

d - Calcular la longitud de su meridiano

Ahora Ud. cuenta con todos los elementos para hacer correctamente el cálculo. Sólo le falta encontrar el factor multiplicador que le permitirá pasar de la distancia entre los paralelos a la circunferencia total del meridiano. Si lo desea, puede retomar los procedimientos presentados en la parte 1 para reproducir los resultados de Eratóstenes o si no hacer una regla de tres (o regla de proporción) si sus alumnos entendieron bien el principio del procedimiento.

e - Calcular el diámetro de la Tierra

Esto es lo más fácil: una vez medida la circunferencia de la Tierra, no tiene más que dividir por el famoso número pi para hallar el diámetro del planeta y ya está.

En su época, Eratóstenes había calculado una circunferencia de exactamente 250.000 estadios. Esta cifra redonda muestra claramente que no pretendía alcanzar una precisión extrema sino más bien tener una idea de la magnitud. Pero fue un cálculo magistral porque corresponde a algo más de 39.000 km, lo que da como resultado un diámetro terrestre del orden de 12.500 km.

Los alumnos podrán comparar sus resultados con los de Eratóstenes y buscar en los diccionarios o en Internet los valores más recientes medidos por los científicos (de paso descubrirán que la Tierra no es perfectamente redonda como una bola sino aplanada en los polos y que su diámetro polar es ligeramente más corto que su diámetro ecuatorial). También podrán comunicarse por correo electrónico con la escuela asociada para ver a qué resultado han llegao los otros niños y qué cálculos han hecho.

Podrá reiterar la operación cuantas veces quiera, siempre que disponga de medidas sincrónicas con otras escuelas. Si, por el contrario, ninguna de las medidas publicadas por las demás escuelas corresponde a las fechas de sus propias medidas, puede utilizar en última instancia medidas realizadas el día anterior o siguiente (entre mayo y junio) porque el ángulo que Ud. habrá medido varía muy poco de un día para otro.

Si hay mucha diferencia entre su resultado y la realidad, busque con sus alumnos las posibles causas del error o de los errores:
imprecisión en las medidas de los ángulos o de la distancia entre ambas escuelas, etc. Publique sus resultados en nuestro sitio y discuta por Internet con las demás escuelas y con nosotros.

f - Publicar sus medidas en el cuadro que centraliza los resultados

El cuadro de medidas reservado para su escuela en el espacio de trabajo Eratóstenes (http://www.mapmonde.org/eratos/measures.php?lang=es) cuenta con una columna para la medida del meridiano (en km). Inscriba el resultado de su cálculo en esa columna para que aparezca en el cuadro de medidas y para que todas las clases participantes puedan acceder a él. Puede consultar las instrucciones de uso del espacio de trabajo (http://www.mapmonde.org/eratos/help.php?lang=es) para más información sobre las modalidades de publicación.

g - Enviar una postal a todos los participantes a través de nuestro sitio web

Al igual que Emmanuel di Folco durante su viaje a Egipto, cada clase puede publicar en el sitio del proyecto Eratóstenes una o varias postales electrónicas como recuerdo. Las postales se podrán imprimir, recortar y pegar para usar como postales compradas. Esta actividad les dará a los

alumnos la oportunidad de dejar constancia de su periplo siguiendo los pasos de Eratóstenes e intercambiar experiencias con las demás clases en los momentos clave de la operación.

Instrucciones

La postal consta de cuatro elementos que tendrá que preparar antes de conectarse al sitio:
- un texto de no más de 10 líneas y 100 palabras,
- una imagen en formato jpg o gif, de no más de 450 píxels de ancho y 400 de alto,
- una fecha (día/mes/año),
- una leyenda de no más de 7 palabras.

Cuando tenga todo listo, ingrese en el espacio de trabajo de Eratóstenes.
Tiene tres opciones:
Añadir una postal
Consultar o modificar las postales
Instrucciones

La primera opción le dará acceso a un formulario para publicar sus postales. Copie el texto, la fecha y la leyenda en los marcos correspondientes y seleccione la imagen en su ordenador con el botón Examinar. Ahora con sólo hacer clic en "enviar" guardará su trabajo y lo pondrá a disposición del gran público. El nombre de su clase aparecerá automáticamente en la firma de la postal.
Para ver el resultado de su trabajo, utilice la segunda opción. Las postales que llevan la firma de su escuela aparecerán acompañadas de dos enlaces, "suprimir" y "modificar", que solamente podrán ver aquellos que conozcan su contraseña y nombre de usuario. Sepa que sólo podrá modificar el texto de la postal. Si desea cambiar la imagen, tendrá que suprimir la postal y añadir una nueva.

Consejo

En la pantalla, la postal se divide en dos partes, una con el texto y una con la imagen y la leyenda. Aliente a sus alumnos a que ilustren su postal con una foto de
toda la clase junto al gnomon o con fotos de alguna actividad que les haya gustado más que las demás.

Precauciones

Recuerde que a partir del momento en que pone algo en línea en Internet eso se convierte legalmente en una publicación y, por tanto, pone en juego la responsabilidad de su autor, editor y difusor. Las fotos donde se reconoce a los niños tienen que tener una autorización escrita de los padres. Por eso, le rogamos tome todos los recaudos necesarios ante los padres de los niños que aparecen en las fotos o sencillamente evite los planos en los que los niños puedan identificarse fácilmente.

3 - Reproducir la experiencia histórica con una escuela egipcia el 21 de junio (última medida)

El 21 de junio es un día muy especial porque es el día en que Eratóstenes realizó su propia medida. Además, ahora sabemos que, en este día del solsticio de verano en el hemisferio norte, el Sol pasa exactamente por el cenit en Asuán (o sea la antigua Siena) a la hora del mediodía solar, ya que Asuán está situada exactamente en el Trópico de Cáncer. Como Eratóstenes, le aconsejamos que termine el proyecto realizando una medida el 21 de junio (¡si el Sol está de acuerdo!). En esta época las escuelas organizan muchas fiestas y
kermeses, en las que podrá organizar un stand "¡Mida en directo el tamaño de la Tierra!".

Como ya habrá visto al realizar sus medidas en estos días de junio, el ángulo varía cada vez menos de un día para

el otro a medida que nos acercamos del solsticio. En la semana del 21 de junio, la variación será casi nula, lo que significa que las medidas tomadas el 17 o el 25 de junio serán perfectamente válidas. Por lo tanto, para evitar que sus alumnos se lleven una gran decepción si no pueden realizar la medida exactamente el día del solsticio a causa del mal tiempo, realice la operación a partir del 18 y el 19 de junio, y hasta el 25, si es necesario.

De esta forma, todas las clases participantes deberían de poder reproducir esta medida histórica.

Y todos estarán seguros de encontrar una clase asociada que convenga, ya que el ángulo que forman los rayos solares con la vertical en Asuán es nulo el día del solsticio. Nuestros corresponsales egipcios en Alejandría y Asuán se han comprometido a participar en el proyecto y a realizar una medida simultánea. Es una excelente oportunidad para que sus alumnos reproduzcan esta observación histórica. Bastará con que estime la distancia entre su ciudad y el paralelo en el que se encuentra Asuán, es decir, la distancia entre su ciudad y el Trópico de Cáncer. Además, su diferencia angular con el trópico, que corresponde al ángulo que Uds. medirán ese día, es bastante alta como para que la precisión de sus medidas le permita hallar fácilmente una buena estimación del diámetro terrestre. ¡No deje pasar la oportunidad de repetir esta fabulosa experiencia el 21 de junio!

Tarea optativa (Secuencia 5)

Situarse en la superficie de la Tierra

Esta es una nueva etapa en el camino de Eratóstenes. Con sus primeras medidas "serias" y precisas en mano, Ud. podrá comparar sus resultados con los de las demás escuelas participantes. Pero antes, tendrá que familiarizarse con las coordenadas geográficas que le permitirán especialmente situar las demás escuelas en el globo.

Duración: 2 sesiones.

Nociones abordadas nociones de cartografía, latitud y longitud, husos horarios.

Material

Para la clase

- un mapa mural de su país,
- un mapa de carreteras de su región,
- una hoja A3,
- una hoja de plástico transparente.

Para cada grupo de 4 o 5 alumnos

- un mapa de su territorio (país, isla, etc.) de tamaño A4,
- una hoja A4 con una cuadrícula,
- un objeto esférico (globo, pelota de tenis, bocha, naranja, etc.),
- un sector angular.

Introducción

Ud. podrá lanzar esta tarea recordándoles a los alumnos el principio de la operación. Cerca de 150 clases (http://www.mapmonde.org/eratos/schools.php?lang=es) repartidas por 17 países realizan las mismas medidas que Uds. Partiendo de varias medidas de ángulos y de la distancia que les separa de las demás escuelas, pronto Uds. podrán calcular el diámetro de la Tierra, igual que Eratóstenes. Ante la lista de nombres de las escuelas participantes, en su mayoría desconocidos, el primer objetivo es situarlos en el espacio.

Sumario de la secuencia

1) Situarse en el plano: el entorno cercano
2) El espacio curvo: de lo local a lo global

---

1) Situarse en el plano: el entorno cercano

Con toda la clase

Para familiarizar a sus alumnos con la noción de situación en el espacio, empiece localizando con ellos las poblaciones, ciudades, montañas así como los monumentos cercanos a su escuela que los niños conocen bien. Confeccionen la lista de esos sitios y propóngales que hagan un mapa de su entorno cercano (puede apoyarse, por ejemplo, en un mapa de carreteras).

Sitúe su escuela en el centro de una hoja A3 y pregúnteles cómo colocar en este mapa los elementos de la lista que han confeccionado. ¿Cómo dibujar un mapa tan fiel a la realidad como sea posible?

Convengan una escala y pregúnteles qué tendrán que saber sobre cada sitio para colocarlo en el mapa. ¿Cuál es, según ellos, la forma más rápida y sencilla de colocar la totalidad
de los sitios en el nuevo mapa?

Surgirán probablemente dos estrategias distintas:

- para algunos, conocer la distancia que los separa de su escuela será seguramente la primera etapa; luego buscarán la dirección en la que se encuentra el punto que habrán de marcar en el mapa;
- para otros, sería mejor hacer una trama cuadricular y colocar sencillamente los sitios como peones en un juego de damas o ajedrez.

En grupos de 4 o 5 alumnos

Lo anterior le dará la posibilidad de repartir a los alumnos en grupos que tendrán que probar ambas estrategias.

Primera estrategia

Como sus alumnos no conocen todas las distancias necesarias, pese a que suelen tener una idea aproximada por los trayectos que recorren a diario, utilice un mapa de carreteras local para calcular, según la escala indicada, las distancias correspondientes en su hoja. Inevitablemente esto no será suficiente. También tendrán que saber hacia dónde se encuentra el sitio. Para situar de momento aproximadamente los puntos de interés, podrán marcar los 4 puntos cardinales. Una primera etapa consistirá en saber si una población cercana se sitúa al norte o al sur pero, ¿cómo hacer para ser todavía más precisos? Tal vez algunos se acuerden de las experiencias realizadas con los sectores angulares. Basta con recortar, efectivamente, un sector, uno de cuyos lados tendrá una dirección fija que servirá como referencia (ej.: dirección NS o EO) y el otro será una línea que va de su escuela a cada uno de los demás sitios. Basándose en el mapa de carreteras, los alumnos podrán recortar tantos sectores angulares como sitios identificados, eligiendo como dirección de referencia uno de los puntos cardinales, que por supuesto podrá ser distinto para cada sitio. Es importante que anoten de ambos lados del sector el nombre del sitio, su distancia con respecto a la escuela y la dirección de referencia. Luego bastará con trasladar los sectores a la hoja.

Segunda estrategia

Aquellos que hayan elegido esta segunda posibilidad, tendrán que determinar también dos coordenadas que, en este caso, no serán la distancia y la dirección sino dos distancias, una "horizontal" y la otra

"vertical", correspondientes a un número de cuadrados en las dos direcciones de la trama cuadricular. Por lo tanto, tendrán que hacer dos cuadrículas: una en el mapa de carreteras y la otra en su hoja según la escala correspondiente. Así podrán situar con mayor o menor precisión los distintos sitios según el tamaño de los cuadros.

De esta manera todos representarán, en la escala que quieran, el entorno cercano de la escuela y podrán incluso orientar este nuevo mapa en el aula, con ayuda de una brújula.

Elección del mejor método

Pregúnteles cuál es el mejor método para confeccionar los mapas, tomando en cuenta la facilidad y la rapidez. Deje que discutan entre ellos. Luego, pídales que imaginen que están en uno de los sitios que han representado en el mapa (cualquiera salvo la escuela) y después que uno de ellos explique a sus compañeros el camino que hay que seguir en su mapa (y según su propio método) para ir desde ese sitio a un tercero cualquiera. ¿Cuál es ahora el mejor mapa para encontrar fácilmente el camino?

Con la primera estrategia, hay que volver a empezar: medir la distancia entre estos dos nuevos sitios y medir exactamente la dirección. ¡Hay que volver a hacer todo el trabajo! En cambio, con la segunda estrategia, basta con indicar el número de cuadrados que habrá que desplazarse horizontal y verticalmente. ¡Así es mucho más fácil! Esto los convencerá enseguida de los méritos de este sistema de coordenadas que se denominan "cartesianas" (las otras se llaman "polares").

A escala del país

Cuelgue en la pizarra un mapa mural de su país (o su isla) y prepare una hoja, de igual tamaño, de plástico transparente (de las que se usan para forrar libros o envolver los ramos de flores, por ejemplo). Entréguele a cada grupo una hoja A4 en la que figurará únicamente el contorno del territorio representado en la pizarra (es decir, un mapa virgen).

Empiece marcando los 4 puntos cardinales en los mapas.
Consultando el mapa mural, haga una lista de las ciudades más conocidas, localícelas y después coloque un pequeño adhesivo en el sitio en que se encuentra su propia ciudad o población.
Pídales que encuentren una forma fácil de localizar esas ciudades en el mapa. ¿Cómo definirían su posición?
Con toda seguridad, elegirán el método de la cuadrícula. Aproveche para convertir la batalla naval en una herramienta pedagógica (¡no es muy usual!). Identifique cada casilla por medio de una letra y un número. Dibuje primero con ellos una cuadrícula superpuesta al mapa mural para localizar la posición de las principales ciudades y sitios de interés. Esto los llevará a plantearse qué tamaño tendrá que tener la trama y decidirán por su cuenta los parámetros a adoptar. A continuación, tendrán que reproducir la trama en la hoja del grupo y marcar los puntos en el mapa lo más exactamente posible.

¿Cuántos cuadros de alto y cuántos de ancho? ¿Qué dimensiones ha de tener cada celda? ¿Y qué forma: cuadradra o rectangular? ¿Qué numeración elegir? ¿En qué sentido?
¿Cuál será el punto de origen? ¿Cómo hacer para que coincidan ambas cuadrículas? Deje que discutan sobre cada punto a medida que van surgiendo los interrogantes.
Los grupos que hayan elegido el primer método llevarán ventaja y podrán ayudar a los demás.

Observaciones: ¿Cómo se cortan las líneas que forman la cuadrícula? ¿Qué dirección llevan?

---

2) El espacio curvo: de lo local a lo global

En grupos

En esta segunda parte, Ud. y sus alumnos tratarán de construir paulatinamente la trama de meridianos y paralelos que definen las coordenadas geográficas utilizadas para situarse en la superficie terrestre.

¿Cómo hacer para aplicar al globo terrestre lo que los alumnos acaban de representar en el papel? Distribúyales fotocopias de la cuadrícula que preparó y objetos esféricos como pelotas de tenis, bochas, naranjas, etc. Pídales que traten de trasladar la cuadrícula a las esferas. ¿Qué dificultades notan?

¿Cómo se puede inventar una cuadrícula que se adapte a esta nueva dimensión? ¿Qué formas toman las líneas de la cuadrícula plana una vez enrosacadas en una esfera?

Hacia una nueva forma de situarse en el espacio

Cada grupo enrollará el papel cuadriculado alrededor de una esfera. Primero, formando un cilindro, observarán que las líneas paralelas se convierten en círculos. Para trasladar toda la cuadrícula a la esfera tendrán que doblar el cilindro por sus dos extremos como si envolvieran un caramelo. Entonces verán que las líneas que eran verticales se juntan y convergen en dos puntos diametralmente opuestos.

Como no se puede trasladar perfectamente la superficie de la hoja a la esfera, tomarán otra esfera en la que tratarán de dibujar esa extraña red de líneas, creando una nueva cuadrícula que sea lo más regular posible.

La trama plana forma una red que se cierra sobre la esfera. Todas las líneas rectas del papel se transforman en círculos que son paralelos entre sí y de diámetro variable, en lo que se refiere a las antiguas líneas horizontales, y de igual diámetro que la esfera y todos cruzados en dos puntos, en cuanto a las antiguas líneas verticales. Puede ayudarlos a interpretar este nuevo trazado, por ejemplo, cortando una de las esferas, lo cual será bastante fácil si utiliza frutas (¡para esto la piel de la naranja es excelente!). Córtela en gajos para mostrar los círculos de igual diámetro y en rodajas para materializar los círculos paralelos.

Para terminar, atribuyan juntos una numeración a los gajos y círculos, a imagen de la cuadrícula plana. ¡Ahora podrán jugar a la batalla naval a escala planetaria! Si se ha retrasado en la puesta en práctica de las secuencias por la falta de Sol, limítese a presentarles la trama de coordenadas utilizada a escala de la Tierra en un globo terráqueo. Los dos puntos de convergencia de las líneas verticales corresponden a los polos norte y sur. Muéstreles que la numeración de las celdas en el globo fue remplazada por una ordenación de los círculos indicada en grados, como con un transportador. Muéstreles igualmente dónde están situados los orígenes de esa graduación: el cero de la escala "vertical" en el ecuador y el de la escala "horizontal" en una línea que se denomina "meridiano de Greenwich" y que atraviesa Inglaterra y también Francia (no muy lejos de París).

Podrá indicarles el vocabulario asociado a este nuevo trazado cuadricular en cuanto tengan claras las nociones correspondientes: meridiano, paralelo, ecuador, longitud y latitud. Para que las aprendan aún mejor, pídales que marquen en un mapa de su país su escuela y las otras escuelas participantes con las que estarán asociados para realizar las medidas, utilizando para ello la latitud y la longitud que aparecen en el cuadro del sitio web de "La main à la pâte" (nueva dirección: http://www.mapmonde.org/eratos/schools.php?lang=es). Este ejercicio aplicado a su región puede dar lugar a un sinfín de variantes en función de sus intereses y del tiempo que tenga. ¡Y aproveche que, para hacerlo, no necesita que el Sol esté de su lado!

Ahora sí, ya cuentan Uds. con todos los elementos necesarios para comparar sus medidas con las de las otras clases y medir por fin el diámetro terrestre. Si todavía tiene tiempo, le proponemos que profundice con sus alumnos las nociones de latitud y longitud analizando la noción de hora alrededor del planeta.

Proyecto

Test final: cuestionario para los alumnos

Preparación

La operación Eratóstenes llega a su fin. Esperamos que sus alumnos hayan aprovechado plenamente todas las actividades apasionantes que los llevaron a "medir la Tierra", ¡partiendo tan sólo de un palo clavado verticalmente en el suelo!

Para evaluar los conocimientos adquiridos por los alumnos en relación con el "balance" inicial hecho a partir del test previo, le proponemos que utilice el siguiente test final. El test retoma sencillamente el contenido del test previo, más tres preguntas: una sobre el célebre personaje de Eratóstenes, otra sobre la noción de coordenadas geográficas y la tercera sobre las diferencias horarias en función de la longitud.

Desarrollo práctico

Duración prevista: según el nivel de los alumnos, una sesión de 45 mn o dos sesiones de 30 mn aproximadamente; procure que los alumnos más lentos puedan terminar en otro momento.

Material

Para cada alumno

- las hojas del cuestionario y varias hojas blancas para los dibujos que se piden en algunas preguntas,
- lápiz negro, goma, lápices de colores o rotuladores.

PROYECTO "SIGUIENDO LOS PASOS DE ERATÓSTENES"

Aquí tienes 17 preguntas para hacer una evaluación de tus conocimientos sobre algunos temas.
Antes de contestar a una pregunta, empieza por leerla hasta el final.
Cuando tengas que elegir una de las respuestas propuestas, ***haz un círculo*** *alrededor de la respuesta elegida con un lápiz negro.*
Cuando tengas que contestar por medio de un ***dibujo,*** *hazlo en una hoja aparte, escribiendo primero el* ***número*** *de la pregunta en la hoja.*

1 – ¡Ponte a la sombra!

¿Ya te has fijado en las sombras? Trata de dibujar la sombra de un palo al sol (imagina que el palo está clavado en el suelo).
A continuación, haz lo mismo con tres palos bastante separados entre sí.

2 – ¿Está torcida la pizarra?

Vertical y horizontal: haz un dibujo para ilustrar estas dos palabras. Antes de nada, traza una línea para

representar el suelo; luego, dibuja un objeto vertical, como si estuviera apoyado en el suelo, y a continuación otro al lado pero horizontal.

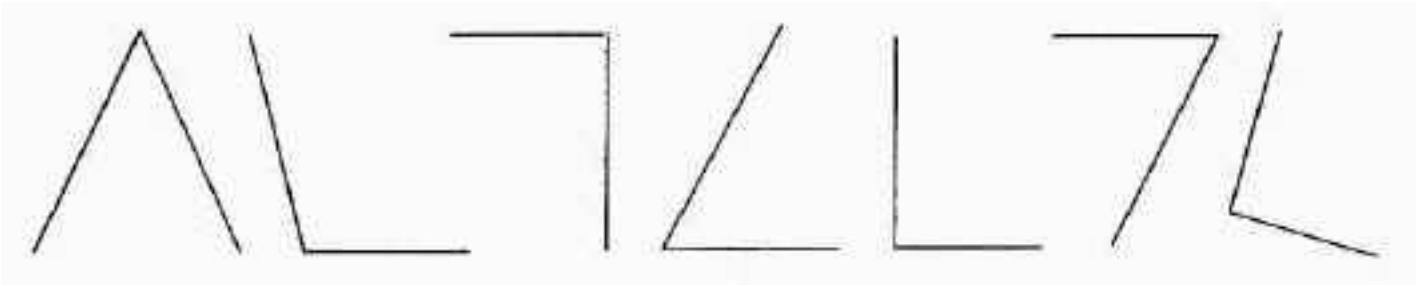
¿Puedes dar el nombre de dos instrumentos (¿y dibujarlos?) que permitan comprobar

- la verticalidad del primer objeto: _____

- la horizontalidad del segundo objeto: _____

3 – En la esquina de mi casa

¿Sabea ya lo que es un ángulo? ¿Y un ángulo recto? De los ángulos dibujados abajo, haz un círculo alrededor de los que creas que son ángulos rectos.



¿Sabes cómo se llama un ángulo que es "menos abierto" que un ángulo recto?

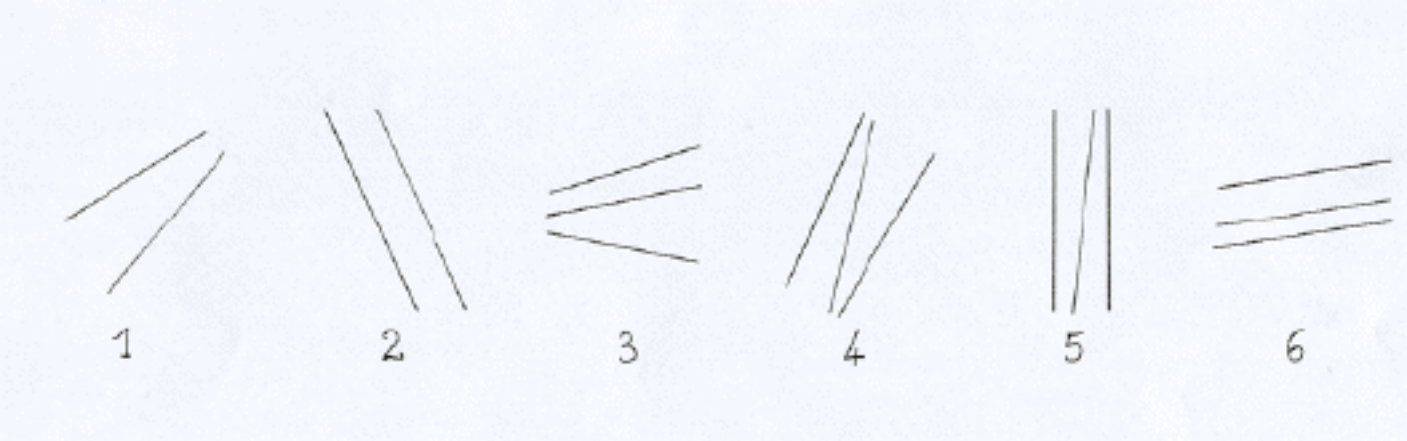
Decimos que es un ángulo _____

¿Sabes cómo se llama el instrumento que sirve para medir "la apertura" de un ángulo?

Se llama _____

4 – Cojamos una calle paralela a la tuya...

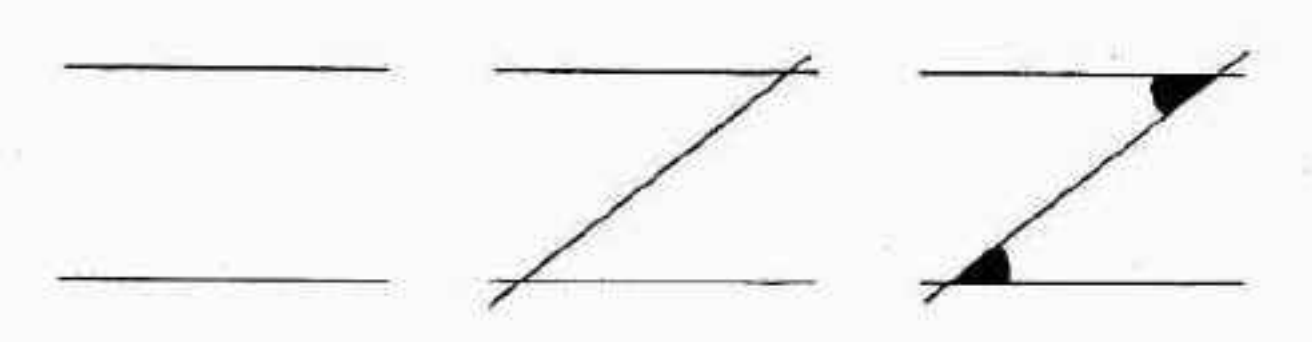
¿Has oído hablar de "rectas paralelas"? Aunque nunca hayas oído esa expresión, tal vez puedas darte cuenta de qué se trata mirando bien estos "grupos" de rectas:



Si crees que has encontrado la respuesta, haz un círculo alrededor de los "grupos" de rectas paralelas que figuran en el dibujo.

5 – Marcando la Z del Zorro

Observa las tres etapas de construcción de esta Z un poco particular.



Los dos ángulos pintados de negro

tienen una particularidad. ¿Cuál es? _____

Podríamos tratar de comprobarlo. ¿De qué manera?
_____

6 – ¡Buenos días, Tierra!

¿Qué forma tiene la Tierra? Dibújala en una hoja.

¿Cómo lo sabes? _____ ¿En qué objeto te hace pensar? _____

7 – ¡Otra vez palos!

Coge nuevamente el dibujo de la Tierra que acabas de hacer y agrega en el perímetro tres palillos clavados en el suelo como si fueran estacas pero bien alejados entre sí.

8 – La Tierra se ha puesto al sol

Dibuja la Tierra como imaginas que se la puede ver desde el espacio, con los continentes, por ejemplo, y también con el Sol que la ilumina. Si quieres mostrar que es de noche en algún lado del planeta, pinta ciudadosamente esa parte de color negro.

9 – ¡Es como el día y la noche!

De las 4 frases siguientes, marca con un círculo la o las que explican de manera correcta, según creas tú, por qué a veces es de día y a veces es de noche para los terrícolas (puedes marcar varias respuestas).

1) La Tierra gira alrededor del Sol

2) El Sol gira alrededor de la Tierra

3) La Tierra gira sobre sí misma

4) La Tierra gira sobre sí misma y alrededor del Sol

10 – Un vientecito del oeste

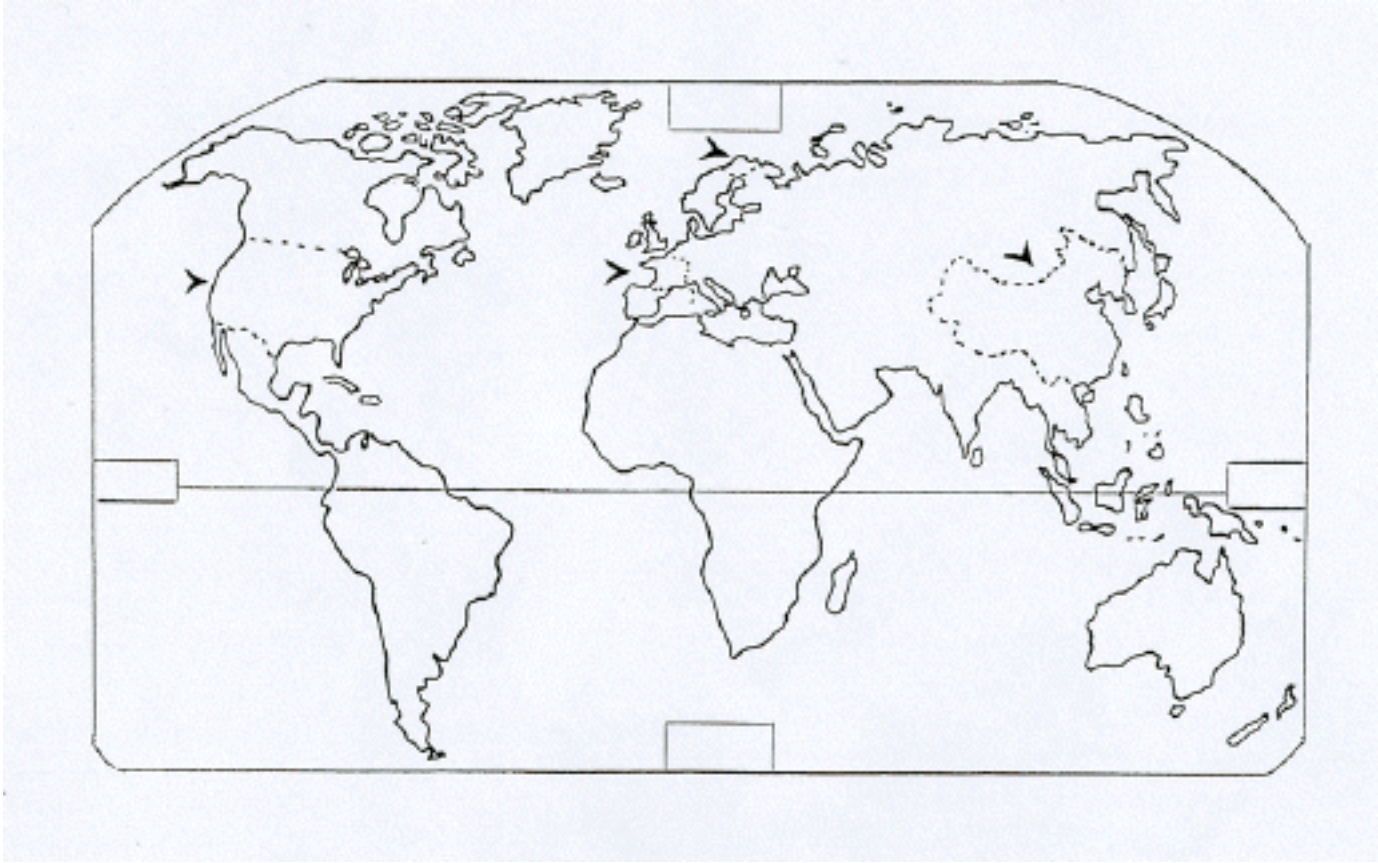
Aquí tienes un mapa de Francia y, al lado, lo que se llama una rosa de los vientos. La rosa de los vientos señala la dirección de los cuatro puntos cardinales que son:

el norte (N) el sur (S) el este (E) el oeste (O)

Escribe la inicial de cada punto cardinal (o sea la letra mayúscula correspondiente) en su lugar exacto en cada punta de la rosa de los vientos.
En el mapa está marcado el sitio en que se encuentra la escuela. Elige una región más al norte de ese sitio y escribe "norte", una región más al sur y escribe "sur", y así sucesivamente. (Nota para el maestro: cada docente en su país podrá, desde luego, adaptar esta pregunta remplazando el mapa de Francia por el mapa correspondiente.)

11 – Recorrer el mundo

Aquí tienes un mapa que representa los cinco continentes. Es lo que se llama un planisferio. Escribe el nombre de los cuatro puntos cardinales en los cuatro rectangulitos. Ubica dónde están Francia, Estados Unidos, China y Laponia, pintando cada uno de ellos con un color distinto. (Nota para el maestro: recuerde que puede remplazar Francia por el nombre de su país.)



¿Qué crees? ¿Estados Unidos está: …

- al oeste de Francia?

- al este de Francia?
¿Qué crees? ¿Francia está:

- al oeste de China?
- al este de China?

12 – ¿Es hora de levantarse o de acostarse?

Si es de noche en algunos países mientras que es de día en otros, quiere decir que la hora no es la misma en todas partes de la Tierra. Cuando los niños franceses se levantan por la mañana, otros niños de otras regiones del mundo van a acostarse.

¿Puedes decir cuáles?
Los niños estadounidenses van a acostarse.
Los niños chinos van a acostarse.
Los niños esquimales de Laponia (en el norte de Europa) van a acostarse.

13 – ¡Mira, sale el Sol!

¿Sabes en qué dirección se ve el Sol cuando sale?

¿al norte? ¿al sur? ¿al este? ¿al oeste?

¿Sabes en qué dirección se ve el Sol cuando se pone?

¿al norte? ¿al sur? ¿al este? ¿al oeste?

14 – ¡Me da el Sol en los ojos! …

Imagina que ahora estás de pie frente al mar (o frente a una amplia llanura), con el Sol de frente, alto en el cielo. ¿En qué momento del día puedes verlo así? _____

¿En qué dirección está en ese momento? _____

Dibuja una línea como si fuera el horizonte y luego, arriba, en el centro, el Sol en el cielo.

Traza la trayectoria del Sol desde que sale, por la mañana, hasta que se pone, al atarceder.
Según tus respuestas a las preguntas 13 y 14, trata de situar los puntos cardinales.
Para terminar, pon flechas en la trayectoria del Sol .

15 – A lo largo de los días, las noches y las estaciones

¿Sabes por qué, en Francia, las noches son más largas en invierno que en verano? _____

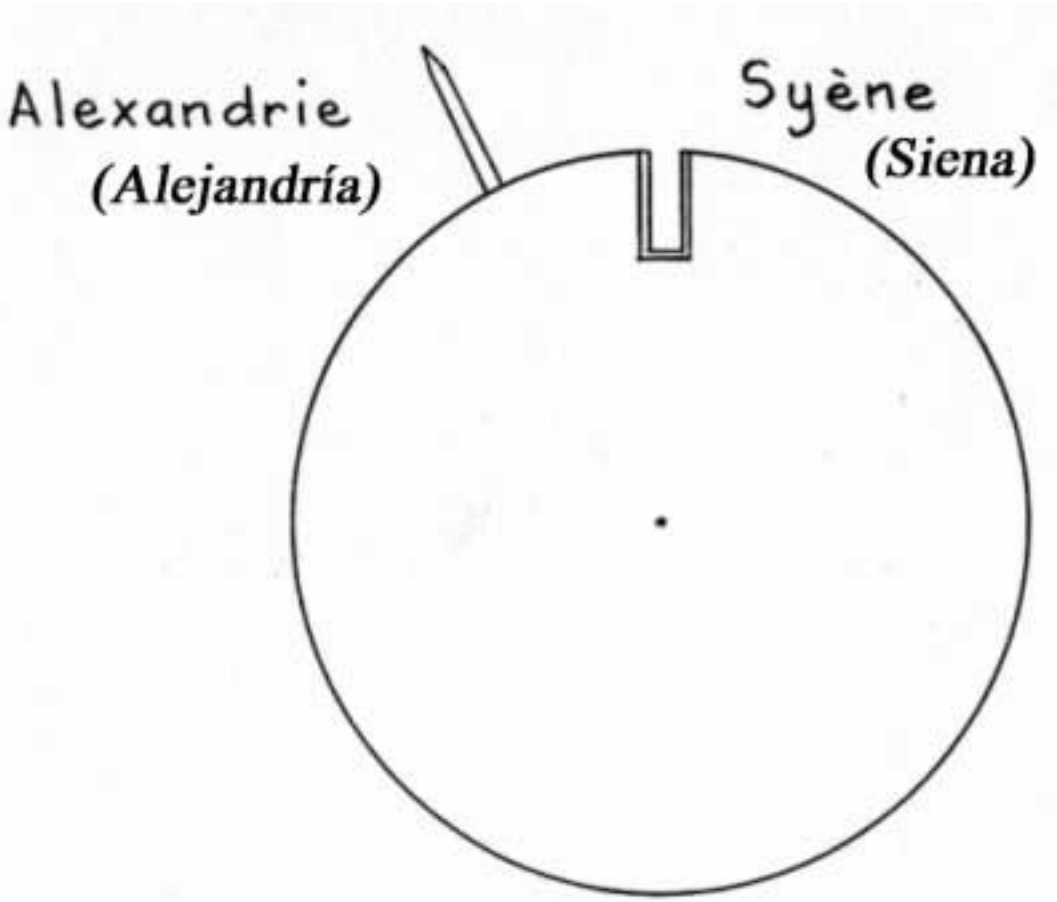
_____

¿Sabes por qué, en Francia, hace frío en invierno y calor en verano?
_____

_____

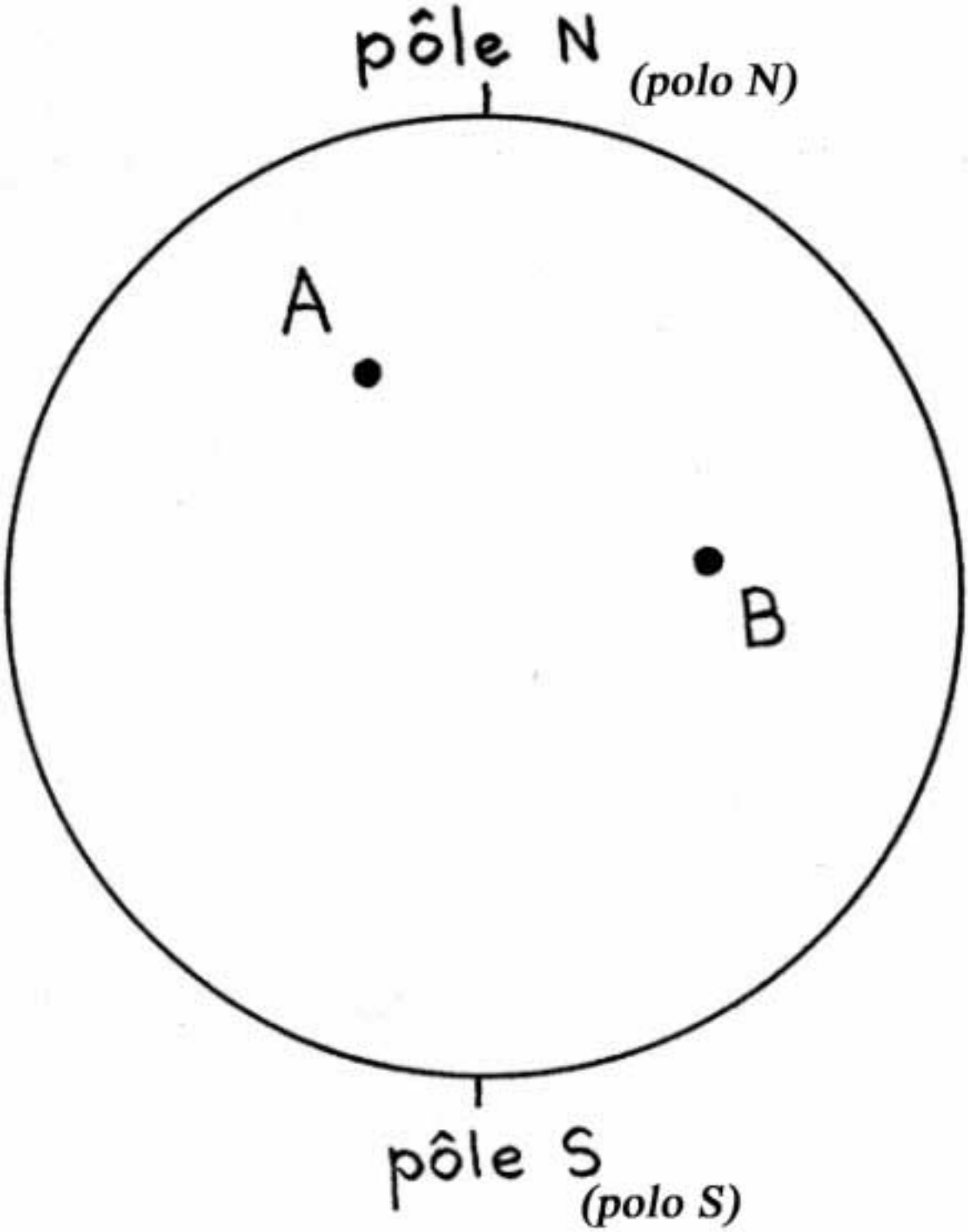
16 – La idea genial de Eratóstenes

¿Sabrás completar la célebre figura de Eratóstenes? Empieza por añadir a este esquema dos rayos solares, uno que llega hasta el fondo del pozo y el otro por encima del obelisco hasta el Sol (e incluso un poco más allá del Sol con líneas de punto). Luego, prolonga hasta el centro de la Tierra la vertical de Siena y la de Alejandría. Por fin, pinta los dos ángulos iguales (los de la "Z del Zorro") que hicieron que Eratóstenes pudiera medir el meridiano terrestre.



17 - Meridianos y paralelos

Aquí tienes otro esquema del globo terrestre con dos ciudades A y B. Traza el meridiano y luego la paralela que pasan por la ciudad A. Haz lo mismo con la ciudad B. Muestra, con líneas de puntos, la distancia que hay que tomar en cuenta —en la operación Eratóstenes— para calcular la longitud del meridiano terrestre.



Ya se acaba el año escolar, ¿verdad? ¡Felices vacaciones! Y nos vemos en septiembre próximo, en el sitio web, para disfrutar de nuevas aventuras científicas con "La main à la pâte".