

## 埃拉托斯特尼專案 Eratosthenes Project

本介紹文件為教師專用指南：首先，將詳述埃拉托斯特尼（一位希臘天文學家）的觀測，他的臆測及觀測結論將藉由簡易規劃的活動來呈現於課堂上。

本專案始於 2000 年九月，它已經協助過數千名世界各地的小學生，如同 2200 多年前埃拉托斯特尼曾做過的方式，測量地球周長。此教師專用導引指南將會描述更多關於此專案，但是我們即將用簡短的敘述告訴您這項實驗的原則。

請放置一物體(竹竿木條或可直立的 50 或 100 公分的柱狀體)，當太陽在最高點處時測量它的影子長度，推斷太陽光線與站立物體的角度，並且與位在不同緯度的班級交換測量結果。接著，這裡有一些幾何圖以及規則展示地球子午線的長度。

## 跨學科專案

### An interdisciplinary project

為了讓學生們獲得更多不一樣的知識（大部分與最新的學校計畫有關），許多項目將會以俏皮的方式呈現。

- 歷史與地理：我們將先介紹古埃及的埃拉托斯特尼，以及他的時代與所在地。在這項專案的最後，學生們必須尋找地球上的某個點並找出他們相對應的位置。
- 天文學：物體的影子於白晝顯示出太陽光的軌道，我們會觀察到太陽光在其最高處時的路線是如何隨著季節而改變。
- 物理學，如您所料：光與影是本專案的核心，實驗將於實地野外完成，並且將已觀察到的結果於教室裡模擬並重現。
- 科技也是，因為必須製作工具及調整：日規（簡易型日規），鉛垂線，空氣水平，三角板，象限等，都必須經由學生們設計，製作，測試並調整。
- 當然還有數學，尤其是幾何學，因為學生們必須使用平行線，角度，三角形，圓形，以及長度差異等概念。
- 口語及寫作能力，因為這將於每一活動中使用，特別是在科學調查實作課程 (*La main à la pâte*) 的實驗中：學生們必須推測，設計實驗，實作觀察並提出結論，無論是以口頭方式或是每日記實的方式。
- 資訊與溝通技能：拜網路所賜，學生們可以進行資料研究，並且將他們測量與計算的結果與同儕間比較並分享。
- 造型藝術，本專案給予學生們展現他們創造力的機會：展示埃拉托斯特尼歷史的圖畫，草圖，實驗模組，以及重現象形文字及希臘字母的筆跡等。

## 課程調整

### Adapt your course

本專案採用的做法為 “理想狀況下”，您可以於任何時間根據不同的情況而調整：您學生的年齡，學級及動機，團體的規模大小，您想要（或是您能夠）給予此專案的時間長短，以及氣象風險... 您也會採用學生們許多不同的答案及建議意外地改變此專案的做法。

您也可以減縮您的作法，但是您的做法 “最少” 要維持以下五個步驟：

1. 指出地球平面的弧線及太陽光的平行線。
2. 觀察一物體影子的變化過程並推斷太陽光的軌跡。
3. 找出日正中點（當影子是最短的時候）。
4. 使用日晷去推論太陽光與垂直物之間的角度。
5. 採用合適的測量並指點兩位來自其他國家夥伴來估測地球子午線的長度。

最後一項必備的關鍵：您會發現這是非常簡單並且不費力的，因為這是很常見的（優質紙板 Bristol，硬紙板，描圖紙，螺絲釘，小紙板，線，電燈，球，地球...）。您會在五個教學模組順序裡的每一段一開始看到列舉。

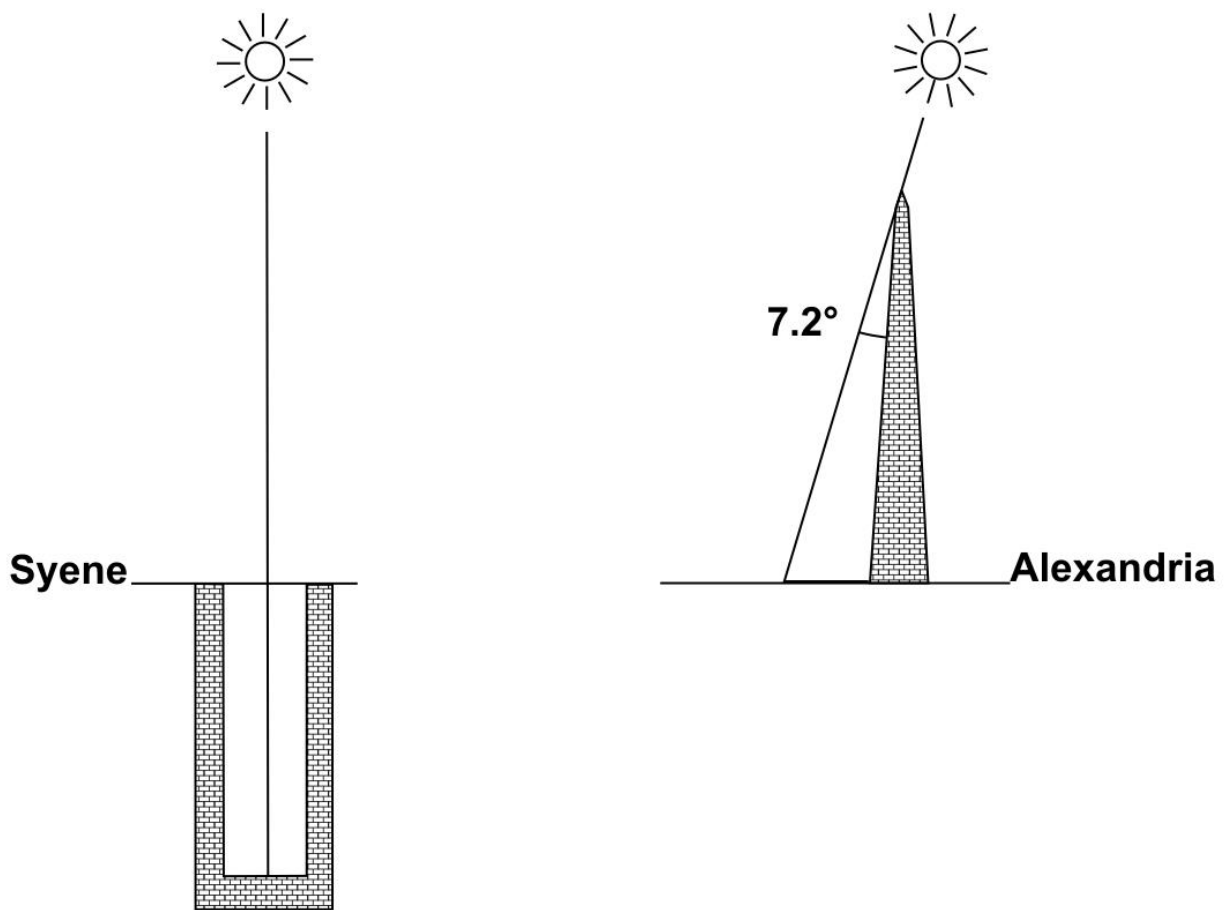
## 1 - 埃拉托斯特尼的觀察

### The observations made by Eratosthenes

西元前 205 年，時任亞歷山大圖書館館長希臘天文學家埃拉托斯特尼，提出一項丈量子午線（通過兩極的圓）的純幾何方法。

他起初採用兩個不同地點觀察影子的變化，亞歷山大城及 **Syene** 城（現為亞斯文 **Aswan**）距離約 800 公里遠（距離的估計原於當時連結兩個城鎮的駱駝商隊），當時為夏至及當地的日光正午時。

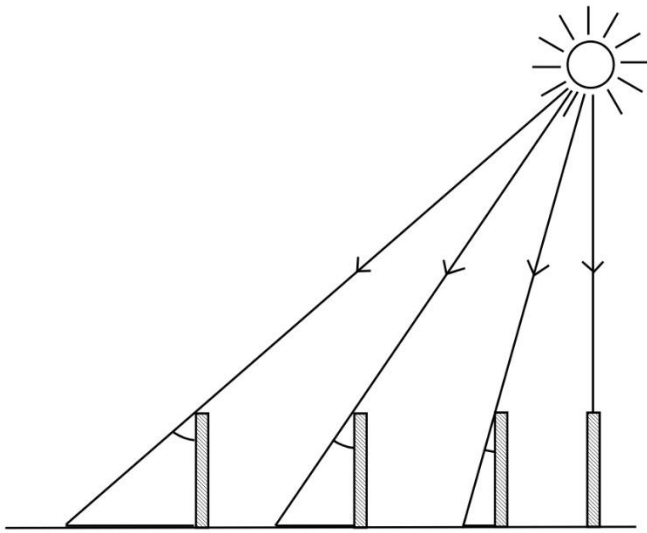
於那天的那個確切的時間的北半球，太陽位於地平線上一一年裡的最高點。然而，埃拉托斯特尼注意到兩地之間的差別。



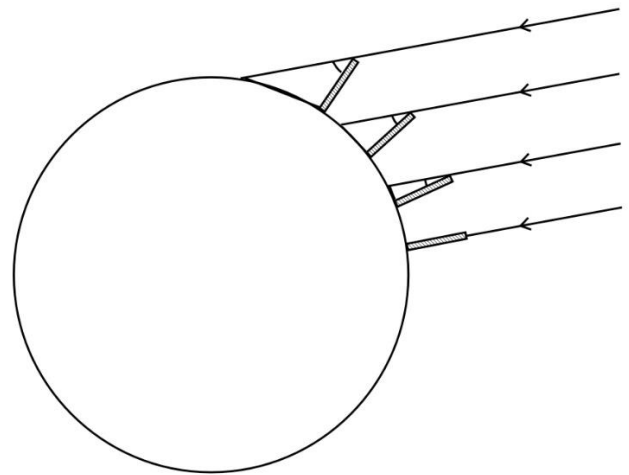
在 **Syene** 城（約略位於北回歸線上），太陽光是垂直的，非常地垂直以至於它的光線能照到水井的底部，而且垂直物完整地自己的影子圍繞著。

另一方面，在亞歷山大城，太陽光不再那麼垂直，而且這些相同的垂直物有微微的影子。埃拉托斯特尼設置測量已知高度的方尖碑的影子，並採用這項資訊來推測太陽光與垂直物的角度為  $7.2^\circ$ 。

以這些觀察為基礎下，他提出了兩項假設：



地球是平的，但是在這個例證裡陽光應當充分接近光線抵達時的顯著差異：因為相同高度的物體有著不同長度的影子，而且在陽光垂直照射下（角度為零）完全沒有影子。

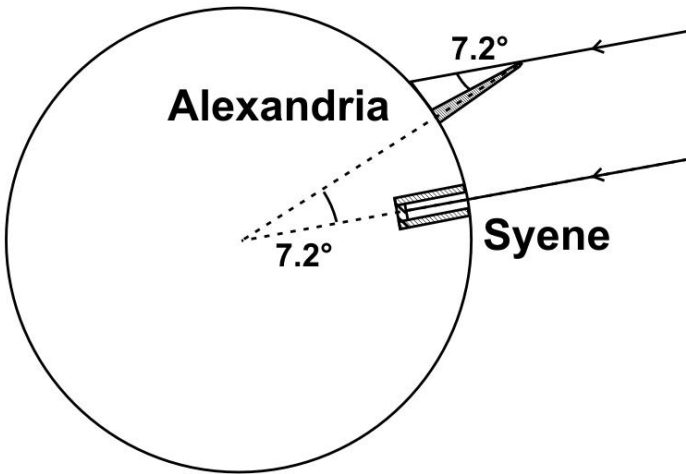


地球不是平的，但是有弧度，而且有可能甚至是一個圓的表面。由此可推斷，光線照射皆是平行的：這也指出太陽光非常之遙遠。

埃拉托斯特尼選擇了第二項假設。事實上，先人們早已經猜疑著地球不是平面的，根據各種觀測推斷出它的表面有些許地彎曲：航海探險家暫歇在他們最先察覺到遙遠的海岸線上；在峭壁頂端上的觀察家比在海灘上的觀察家看到船隻移動更長的視野；從希臘看到水平面上極星的高度和在埃及看的是不一致的；最後，在月蝕期間裡，地球投射至月球的影子顯示出一圓形截面。

在相信地球是圓的之下，我們睿智的埃拉托斯特尼隨後設置了他著名的 "極度簡易的" 幾何圖，他用這個來輕易地計算出地球子午線的長度！

尋找你們自己：



如果地球是圓的，將亞歷山大城裡的垂直物（方尖碑）和 Syene 城裡的垂直物（水井）向地球核心延長，這兩項垂直物體的延伸線應當會在地球核心交會。此外，埃拉托斯特尼已知 Syene 城位在相對於亞歷山大城的南方，而這兩個城市約略皆位在相同的子午線上。因為太陽光事實上是平行照射的，因此這兩項垂直物體的延伸線交會在地球中心所成的角度，必須是相同於他在亞歷山大城裡測量方尖碑影子的角度（7.2°）。

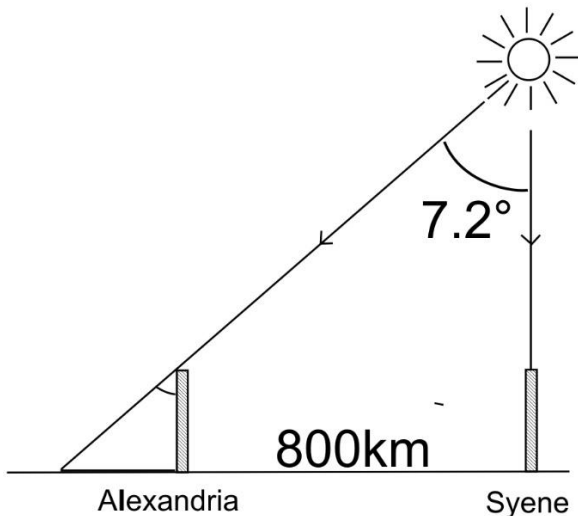
這個角度的比例相對於一圓的 360 度，等同於兩城市之間的距離（約 800 公里）相對於一圓型的周長（這裡指的是地球的子午線）。您可以猜測到接下來的事情：360 度除以 7.2 度等於 50，而 800 公里乘上 50 實際上得到 40,000 公里（此為後來被發現的長度但是是使用其他的方法）。

| 角度 (°) | 距離 (km公里) |
|--------|-----------|
| 7.2    | 800       |
| 360    | 圓周長       |



$$\text{圓周長} = 360 \times 800 / 7.2 = 40,000$$

對於 "數學專家"



如上面所述，埃拉托斯特尼所作的觀察可能符合第一個假設，也就是地球是平面的並且太陽非常的靠近。這位天才提供的資料甚至讓我們精確地計算出太陽光照射的距離。

在這種情況下，相對於地球與太陽之間正切的 7.2 度角會等同於 Syene 城與亞歷山大城之間 800 公里的比例：

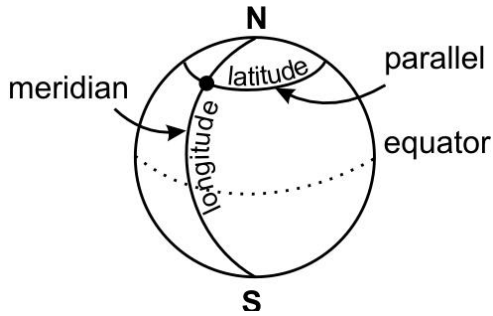
太陽與地球間的距離即可計算如下：

$800 \text{ 公里} / \tan 7.2 = 6500 \text{ 公里}$ （也就是地球半徑的值），這是一個非常靠近的距離，因為現今的資料顯示我們的太陽距離我們約 150 百萬公里遠！

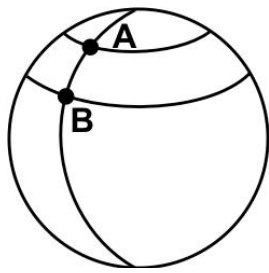
## 2 - 依課堂調整實驗性的專案

### Adapting an experimental project for the class

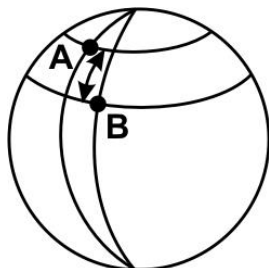
您將會與其他班級合作此專案（我們將會轉寄細節給您），而且您不需要方尖塔或是水井！您需要準備的是一個簡單的垂直柱子，最好是能和測量影子的尺同樣的高度。



您與您的實驗夥伴並不一定需要位在北回歸線上！您們只需要位在相距很遠的緯度上即可。



如果兩個學校或多或少地位在同樣的子午線上，可以而且很好...這樣並不會有問題，因為某一方會在正中午時因為位於各自不同的子午線上而“觀察到不一樣的事情”。



您與您實驗夥伴學校之間距離的公里數字多寡並不會有所影響，而是受到兩平行線間最短距離的影響（您將了解到此距離是非常容易計算出來的）。

不需要等到夏至才做您的測量！只要是和您的合作學校同天，一年當中任何一天都能做此測量：因此，能和您合作學校達成協議並且重複數天數次的“實作”是在好不過了。

至於每一夥伴當地日光正午時間（與另一方的時間不同）也沒有問題：您所需要做的是去辨認出您們其中一方 13:00 冬季時間的半小時內影子最短的時候：非常簡單...當然太陽光也佔了最重要的一環！

### 3 - 法國拉夫郎賽瑟城 (Lafrançaise) 及印度密拉特城 (Meerut) 示範班級 Example of two classes located in Lafrançaise (France) and Meerut (India)

2011 年二月 10 日星期四

兩鄉鎮的合作：

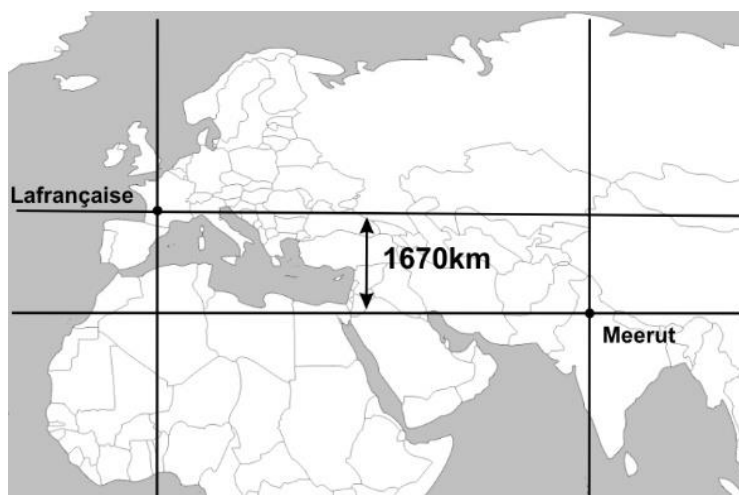
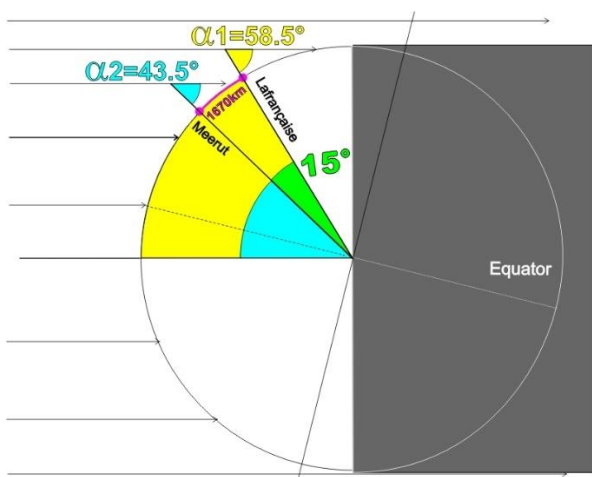
拉夫郎賽瑟城 (Lafrançaise)：緯度  $44^{\circ}08'N$ ，經度  $1^{\circ}15'E$

密拉特城 (Meerut)：緯度  $29^{\circ}00'N$ ，經度  $77^{\circ}42'E$

藉由這些測量值，孩子們便可以計算太陽光的角度（在當地正午時間），準確度至  $0.5^{\circ}$ ，採用一幅非常簡易的地圖。

在拉夫郎賽瑟城 (Lafrançaise) 學生們發現  $\alpha_1 = 58.5^{\circ}$

而在密拉特城 (Meerut) 學生們則發現  $\alpha_2 = 43.5^{\circ}$



然而這是怎麼使用這兩個角度來計算出這著名的  $\alpha$  角度？

您只需要將  $\alpha_1$  中減去  $\alpha_2$ ，即可得到  $15^{\circ}$

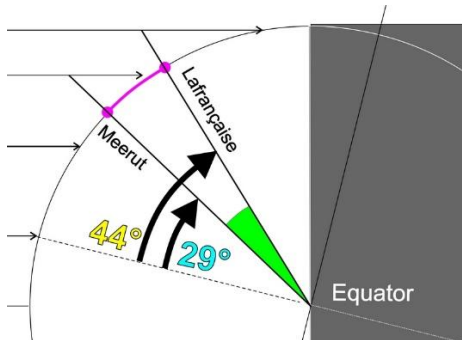
由於這兩間合作學校並不位在相同的子午線上，拉夫郎賽瑟城的緯線和密拉特城的緯線相距的最短距離即可計算出來。這是非常容易的：在一張地圖上，小心地描繪出這兩條緯線並且使用地圖縮尺，兩者之間的距離即可算出為 1670 公里。

我們現在已經有兩個必要因素足以使用“埃拉托斯特尼法”計算出地球的子午線：15°的 alpha 角以及兩緯線之間距離 1670 公里。一完整圓行的比例為我們所得結論的 15°的 24 倍 (360° 除以 15°)，子午線也可得知為 1670 公里乘上 24 等於 40080 公里... 有一個很有效率的方法就是，前提是測量必須盡可能的準確（尤其是當緯度越靠近彼此時）。



| 角度 (°) | 距離 (公里km) |
|--------|-----------|
| 15     | 1670      |
| 360    | 圓周長       |

$$360 \times 1670 / 15 = 40\ 080$$



值得一提的是，如圖所示，算出兩緯度間的差距立即得到著名的 alpha 角度！從我們這兩所合作學校得知：44°08'-29°00'=15°08'。我們留意到學生們的測量非常精確，因為我們姊妹校推斷出 15° 角，這結果非常相近。

我們強調“直接教學法”的概念，在實驗一開始時學生們並不曉得可以使用兩緯度差來計算 alpha 角度！另一方面，這在實驗之後對他們比較實用，從他們的測量中偵測出任何可能的錯誤。

## 4 - 執行步驟

### Steps for implementing the project

為符合科學調查實作課程 (La main à la pâte) 準則，您必須確保以學生們的回響為優勢：您必須鼓勵他們計畫假設然後想出合適的實驗。每個學生都必須有一本習作簿，讓他們能用繪圖或是以簡短句子紀錄下他們自己的研究。這本簿子也會被使用為團體合作及團體成果。藉由學生們這樣紀錄的過程將會協助您在課堂上確認他們是否了解這個實驗。

我們在這裡提出幾項不同的步驟：

1/ 首先是連上網路，開啟參與此專案學校的名單。自然科學家們及專家們將會登入此名單並回答您任何的疑問。

2/ 當您註冊本專案時，您的學校將自動加入埃拉托斯特尼專案的郵件寄送名單，如此一來您便能方便地與其他參與本專案的學校相互聯繫。

您會得到一組密碼讓您登入此作業界面。

該作業界面能協助您的學校：

- 登入紀錄並查看您在本專案網頁裡測量的結果；
- 接觸所有參與本專案的合作學校；
- 得知他們的測量並在世界地圖上找到他們的所在位置。

3/ 在這一整年裡，學校將在這專案的作業界面上紀錄他們的測量。同步測量也可以透過郵件寄送名單來進行規劃。（九月及三月的春秋分，六月及十二月的夏冬至日）