

## **Eratosthenes Projekt**

Dank dem von uns im September 2000 ins Internet gestellten Projekt konnten schon Tausende von Schülern in der ganzen Welt wie ein gewisser Eratosthenes vor über 2200 Jahren den Umfang der Erde messen. Im Lehrer-Handbuch werden Sie mehr hierüber finden, aber lassen Sie uns hier in kurzen Worten das Grundprinzip dieses Experiments zusammenfassen:

Man stellt einen Stab senkrecht in die Sonne, mißt seinen Schatten, wenn die Sonne den höchsten Stand erreicht hat, bestimmt den Winkel, den die Sonnenstrahlen mit der Senkrechten bilden und tauscht dann das Ergebnis mit dem von einem Partner auf einer anderen geographischen Breite gemessenen Winkel aus. Danach kann man auf zeichnerischem Wege und mit dem Dreisatz die Länge des Erdmeridians berechnen.

## Ein fachübergreifendes Projekt

Bei diesem Projekt kommen die Kinder, häufig auf spielerische Weise, mit zahlreichen Fachgebieten in Berührung und können somit sehr unterschiedliche Kenntnisse erwerben (die zumeist im Zusammenhang mit den neuen Unterrichtsprogrammen stehen).

- Geschichte und Erdkunde: Man bespricht zuerst das alte Ägypten, um den Schülern Zeit und Wirkungsort des Eratosthenes nahezubringen, während sie am Ende des Projektes sich auf der Erde orientieren und den Standort eines oder mehrerer Partner darauf finden können sollen.
- Dann die Astronomie: Am Schatten eines simplen Stabes läßt sich die Bahn der Sonne während des Tages verdeutlichen und der Zeitpunkt ablesen, da die Sonne den höchsten Stand erreicht; und dann kann man auch sehen, wie sich diese Bahn mit den Jahreszeiten verändert.
- Physik natürlich: Da Licht und Schatten im Mittelpunkt des Projektes stehen, werden Experimente im Freien angestellt und dann in der Klasse mit anderen Mitteln wiederholt, um nachzubilden, was man beobachtet hat.
- Auch Technologie mit der Anfertigung und Regelung der notwendigen Geräte: Gnomone, Lote, Wasserwaagen, Winkelmesser, Quadranten werden von den Schülern entworfen, hergestellt, erprobt und nachgebessert.
- Natürlich Mathematik, vor allem, Geometrie, da es um parallele Geraden, Winkel, Dreiecke, Kreise, Winkelkongruenz, Längenverhältnisse usw. Geht
- Die Sprache in Wort und Schrift wird alle Aktivitäten begleiten, vor allem das praktische Experimentieren: Die Schüler stellen Vermutungen an, schlagen Experimente vor, beschreiben ihre Beobachtungen und ziehen daraus Schlüsse; entweder mündlich oder schriftlich in einem besonderen Heft, das jeder führen muß.
- Die Informations- und Kommunikationstechnik. Im Internet stellen die Kinder Recherchen an und korrespondieren mit ihren Partnern, um Meß- und Rechenergebnisse auszutauschen.
- Bildende Künste: Bei diesem Projekt kann jeder seine kreativen Fähigkeiten zeigen: von der Geschichte des Eratosthenes inspirierte Zeichnungen, Comic Strips, Modelle zur Veranschaulichung der Experimente, Kalligraphie mit Hieroglyphen und griechischen Buchstaben.

## Ein "modulierbarer Lehrgang"

Die Vorgehensweise, die wir Ihnen vorschlagen ist ideal, weil Sie sie den jeweiligen Gegebenheiten - Alter, Wissensstand und Motivation Ihrer Schüler, Größe der Gruppe, die Zeit, die Sie dem Projekt widmen wollen oder können, nicht zu vergessen die Launen des Wetters - anpassen können. Und Sie werden auch der Vielfalt der Antworten und Vorschläge Ihrer Schüler Rechnung tragen müssen, die zuweilen unerwartet den Gang der Dinge ändern können.

Sie können den "Lehrgang" also abkürzen, doch sollte er mindestens folgende fünf Etappen umfassen:

1. Gemeinsamer Nachweis der Krümmung der Erdoberfläche und der Parallelität der Sonnenstrahlen.
2. Beobachtung der Veränderung des Schattens eines Stabes und Ableitung der Bahn der Sonne.
3. Beobachtung des Sonnenmittags (d.h. des Zeitpunkts, in dem der Schatten des Stabs am kürzesten ist).
4. Benutzung eines Gnomons zur Bestimmung des Winkels, den die Sonnenstrahlen mit der Senkrechten bilden.
5. Verwertung der Meßwerte eines Partners und Bestimmung des Standortes beider Partner zwecks Berechnung des Meridians.

Abschließend noch einige Worte zu den Lernmitteln: Wie Sie sehen werden, sind diese sehr einfach und, weil handelsüblich, nicht sehr teuer (Zeichenpapier, Karton, Paus- und Millimeterpapier, Schrauben, Sperrholzplatten, Bindfaden, Taschenlampen, Bälle, Globus ...). Zu Beginn jeder der fünf Projektphasen wird angegeben, was benötigt wird.

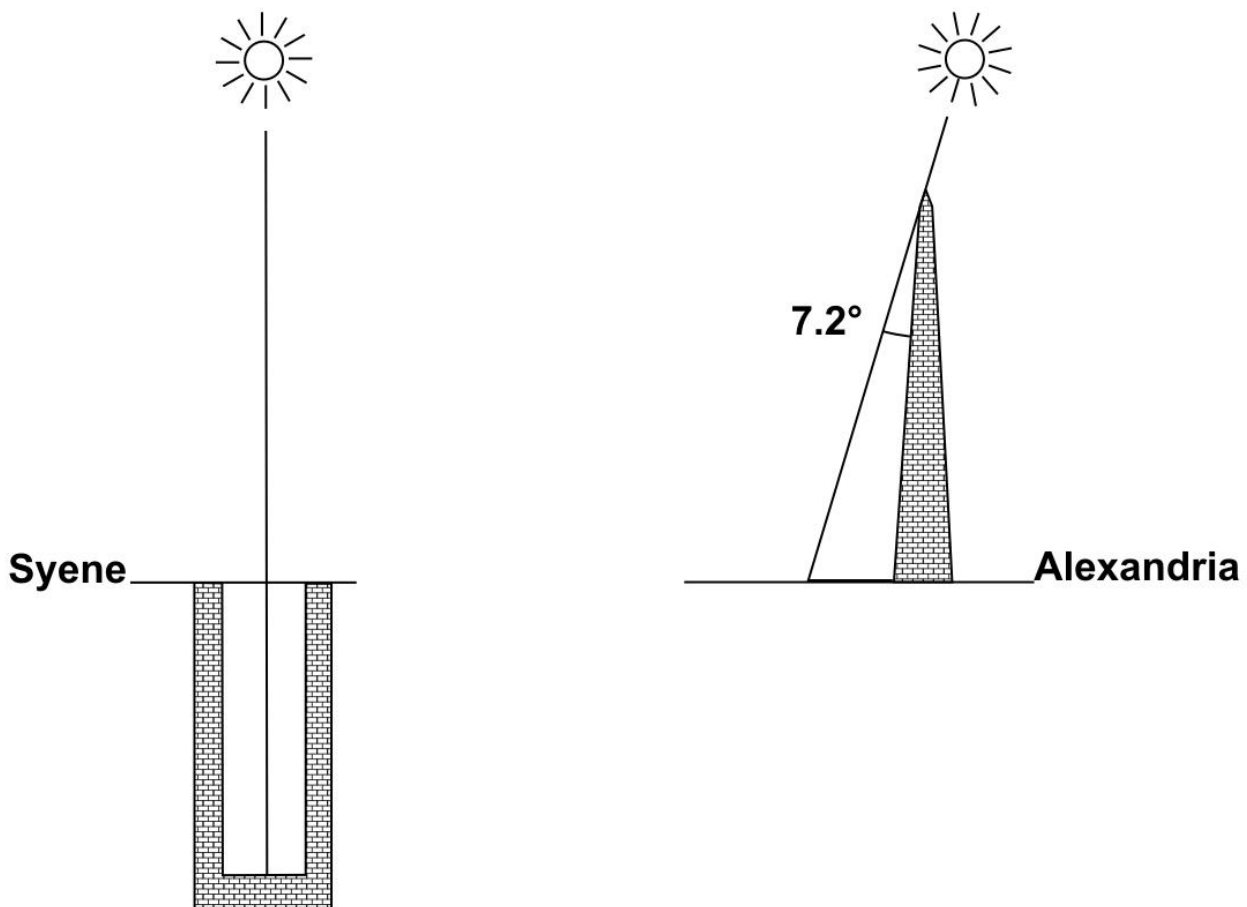
Wir wünschen allen auf den Spuren des Eratosthenes viel Erfolg!

## 1. Die Beobachtungen des Eratosthenes

Im Jahr 205 v.Chr. schlägt der griechische Gelehrte Eratosthenes, damaliger Leiter der Alexandrischen Bibliothek, eine rein geometrische Methode zur Messung des (durch die Pole gehenden) Meridians vor.

Er geht dabei von der Beobachtung von Schlagschatten an zwei Orten - Alexandria und Syene (dem heutigen Assuan) - die ungefähr 800 km von einander entfernt sind (diese Entfernung wurde nach der Zeit geschätzt, die Kamelkarawanen von der einen bis zur anderen Stadt benötigten) aus, die zur Sommersonnenwende am örtlichen Sonnenmittag angestellt wurde.

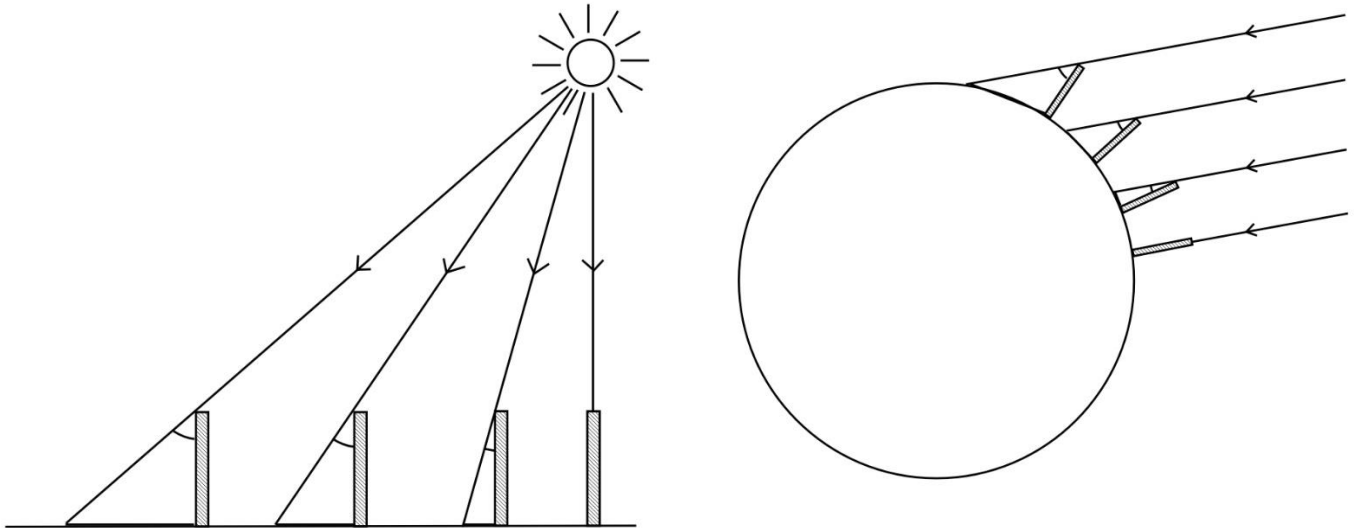
An diesem Tag und zu dieser Zeit erreicht die Sonne auf der Nordhalbkugel der Erde den höchsten Stand über dem Horizont während ihres jährlichen Laufs. Eratosthenes stellt Unterschiede zwischen beiden Orten fest.



In Syene (das ungefähr auf dem Wendekreis des Krebses liegt) steht die Sonne senkrecht, so daß ihre Strahlen bis auf den Grund der Brunnen fallen; die Schlagschatten vertikaler Körper sind genau um diese zentriert.

In Alexandria dagegen steht die Sonne nicht mehr senkrecht und die gleichen Körper haben einen sehr kurzen, dezentrierten Schatten. Eratosthenes mißt den Schatten eines Obelisken, dessen Höhe ihm bekannt ist, und er leitet daraus den Winkel ab, den die Sonnenstrahlen mit der Senkrechten bilden: Er findet  $7,2^\circ$

Aus diesen Beobachtungen schließt er auf zwei Hypothesen:

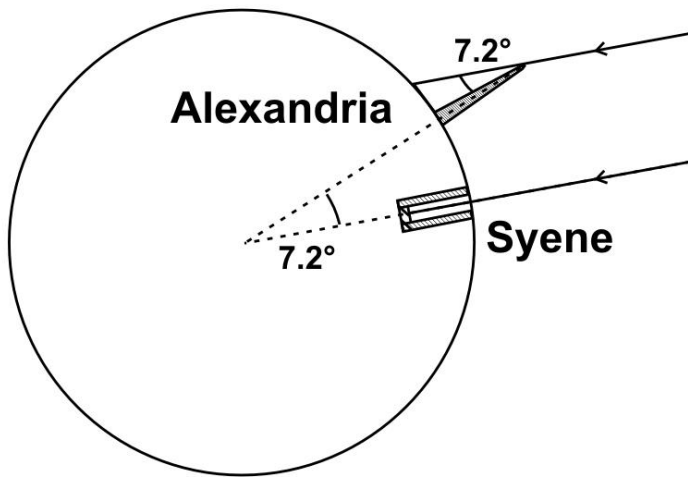


Die Erde ist flach, aber dann müßte die Sonne nahe genug sein, damit ihre auf ferne Körper fallenden Strahlen stark divergent sind, denn Körper gleicher Höhe haben unterschiedlich lange Schatten und lotrecht zur Sonne (Winkel  $0^\circ$ ) überhaupt keinen Schatten.

Die Erde ist nicht flach, ihre Oberfläche ist gekrümmt und vielleicht sogar kugelförmig. Die gleichen Ergebnisse kommen aber nur zustande, wenn die Sonnenstrahlen alle parallel sind: Dies setzt voraus, daß die Sonne weit genug, ja sehr, sehr weit entfernt ist.

Eratosthenes entscheidet sich für die zweite Hypothese. Die Alten vermuten ja schon länger, daß die Erde nicht plan ist und stützen sich dabei auf diverse Beobachtungen, die eine gewisse Krümmung ihrer Oberfläche nahelegen: Der Seemann erblickt von der Spitze seines großen Mastes als erster die ferne Küste; der Beobachter auf der Steilküste sieht das sich zum Horizont entfernende Schiff länger als der, der auf dem Strand geblieben ist; der Polarstern hat in Griechenland nicht die gleiche Höhe über dem Horizont wie in Ägypten; und schließlich zeigt bei Mondfinsternissen der auf den Mond fallende Schatten der Erde einen kreisförmigen Ausschnitt.

Von der Kugelform der Erde überzeugt, zeichnet unser genialer Gelehrter seine "verblüffend einfache" berühmte geometrische Figur, die es ihm gestattet, die Länge des Erdmeridians auf einfachem Wege zu berechnen. Aber sehen Sie selbst!



Wenn die Erde rund ist und man die Senkrechte von Alexandrien (Obelisk) und von Syene (Brunnenschacht) verlängert, treffen diese beiden Senkrechten sich per definitionem im Erdmittelpunkt. Außerdem weiß Eratosthenes, daß Alexandria und die genau südlich davon gelegene Stadt Syene ungefähr auf dem selben Meridian liegen. Da die Sonnenstrahlen tatsächlich einander parallel sind, ist der von den beiden Senkrechten im Erdmittelpunkt gebildete Winkel mithin gleich groß wie der von ihm mit Hilfe des Schattens des Obeliskens gemessene Winkel (7,2°).

Dieser Winkel steht zu den 360° des Kreises im gleichen Verhältnis wie die Entfernung zwischen den beiden Städten (etwa 800 km) zum Umfang des Kreises (in diesem Fall des Meridians). Sie erraten schon, wie es weiter geht: 360° geteilt durch 7,2° ergibt 50; und 800 km mal 50 macht 40 000 km (die Länge, die man später mit anderen Verfahren auch gefunden hat).

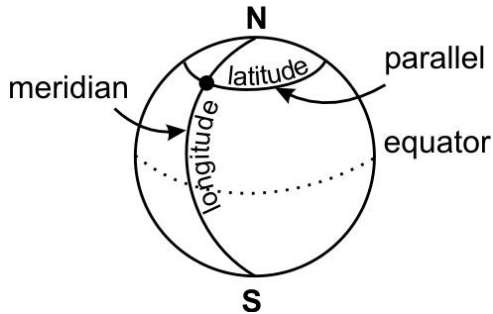
Winkel (°)	Entfernung (km)
7.2	800
360	Umfang



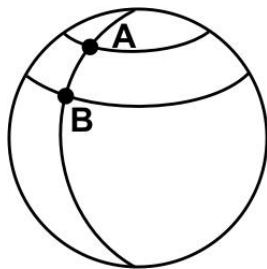
$$\text{Umfang} = 360 \times 800 / 7.2 = 40\,000$$

## 2. Ein Versuchsprojekt auf die Klasse zuschneiden

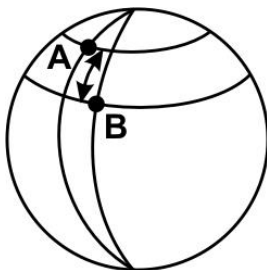
Sie werden dieses Experiment im Verbund mit einer anderen Klasse (deren Koordinaten wir Ihnen angeben werden) aber ohne Obelisk und Brunnen schacht durchführen. Ein einfacher senkrecht stehender Stab wird dazu jeder Klasse genügen, aber sie müssen gleich lang sein, um den Vergleich der Schattenmessungen zu erleichtern.



Es braucht auch keine der beiden Schulen auf dem Wendekreis des Krebses zu liegen. Sie müssen nur auf ganz unterschiedlichen geographischen Breiten liegen. In Abb. wird noch einmal die Bedeutung der beiden geographischen Koordinaten eines Ortes, d.h. Breite und Länge, verdeutlicht.



Liegen die beiden Schulen ungefähr auf demselben Längengrad, so ist das sehr gut. Wenn nicht, so ist dies auch nicht weiter schlimm, denn jede von ihnen wird auf dem eigenen Meridian jeweils "Mittag haben".



Außerdem wird in Abb. gezeigt, daß nicht die Kilometerzahl zwischen den beiden Schulen, sondern die kürzeste Entfernung zwischen den beiden Parallelen, die eure Breiten angeben, berücksichtigt werden (Ihr werdet sehen, daß sich diese Entfernung sehr leicht berechnen läßt.)

Um die Messungen anzustellen, braucht ihr auch nicht den Tag der Sommersonnenwende abzuwarten. Ihr könnt dies an jedem beliebigen Tag des Jahres tun, aber beide Schulen am selben Tag. Auch müßt ihr euch darüber verständigen, daß die Messungen an einer bestimmten Anzahl von Tagen wiederholt werden.

Jede Schule muß auch für sich den Zeitpunkt des örtlichen Sonnenmittags (der von Ort zu Ort und an jedem Tag des Jahres verschieden ist) bestimmen. Man braucht dazu lediglich den kürzesten Schatten während der halben Stunde um 13 Uhr (Winterzeit) festzuhalten. Ein Kinderspiel! Vorausgesetzt die Sonne scheint.

### 3 - Beispiel: eine Schule in Lafrançaise (Frankreich) und eine Schule in Meerut (Indien)

Donnerstag, 10. Februar 2011

Koordinaten der beiden Städte:

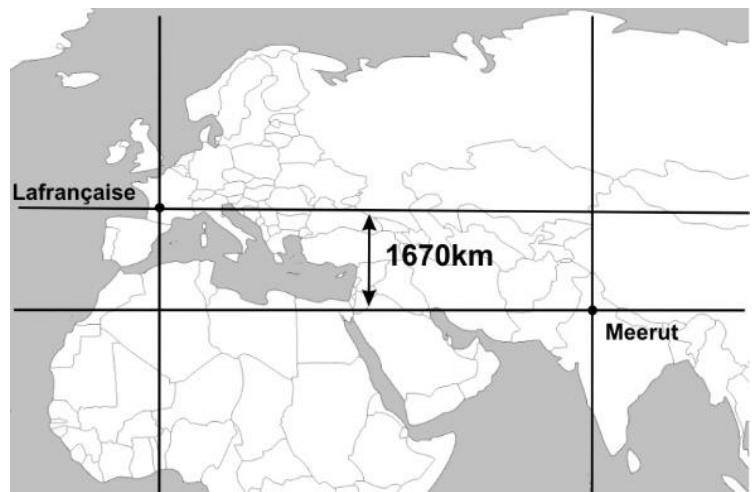
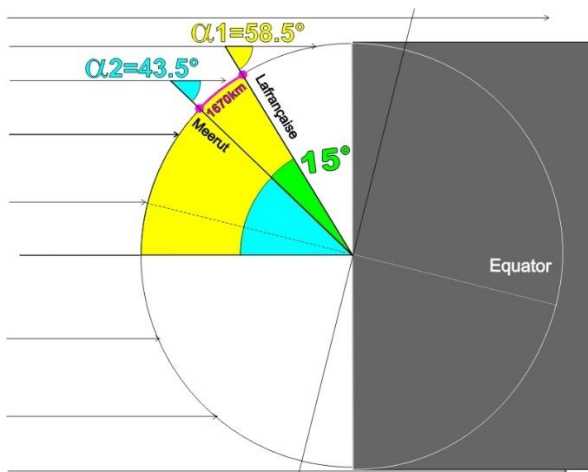
Lafrançaise: Breite  $44^{\circ}08'N$ , Länge  $1^{\circ}15'E$

Meerut: Breite  $29^{\circ}00'N$ , Länge  $77^{\circ}42'E$ .

Anhand dieser Meßwerte konnten die Kinder dann mit Hilfe einer sehr einfachen geometrischen Zeichnung bis auf einen halben Grad genau den Winkel der Sonnenstrahlen (im Zeitpunkt des örtlichen Sonnenmittags) bestimmen.

Sie fanden für Lafrançaise  $\alpha_1 = 58.5^{\circ}$

Und für Meerut  $\alpha_2 = 43.5^{\circ}$ .



Und wie ermittelt man aus diesen beiden Werten den berühmten Winkel?

Ganz einfach, indem man den Winkel 2 vom Winkel 1 abzieht, was  $15^{\circ}$  ergibt.

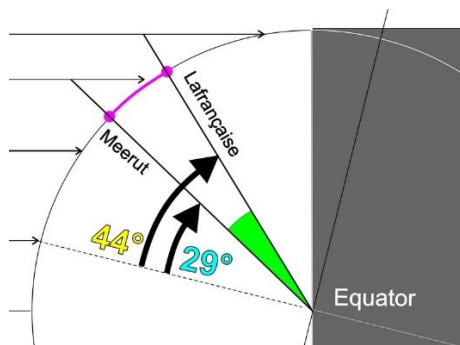
Da die beiden Partnerschulen nicht auf dem selben Längengrad liegen, muß danach die kürzeste Entfernung zwischen der Parallelen von Lafrançaise und der von Meerut bestimmt werden, was ganz einfach ist: Auf eine Karte von Frankreich zeichnet man sorgfältig die beiden Parallelen ein und berechnet unter Zugrundelegung des Maßstabs der Karte die Entfernung zwischen den beiden Städten. Sie liegt bei 1670 km.

Wir haben jetzt die beiden Größen, die notwendig sind, um den Erdmeridian nach der Methode des Eratosthenes zu berechnen, nämlich den Winkel ( $15^\circ$ ) und die Entfernung zwischen den beiden Parallelen (1670 km). Da der Gesamtkreis das 24-fache der ermittelten  $15^\circ$  ausmacht ( $360^\circ$  geteilt durch  $15^\circ$ ), berechnet man den Meridian, indem man die 1670 km mit 24 multipliziert, was 40 080 km ergibt. Eine wahrhaft praktische Methode, sofern die Messungen so genau wie möglich gemacht werden (vor allem wenn die geographischen Breiten näher beieinander liegen).



Winkel ( $^\circ$ )	Entfernung (km)
15	1670
360	Umfang

$$360 \times 1670 / 15 = 40\ 080$$



Es ist interessant zu wissen, daß, wie aus Abb. ersichtlich, die Differenz zwischen den beiden Breiten uns sofort den berühmten Winkel angibt. Bei unseren beiden Partnerschulen sieht das wie folgt aus:

$$44^\circ 08' - 29^\circ 00' = 15^\circ 08'$$

Die Schüler haben sehr genau gemessen, denn der von ihnen ermittelte Winkel von  $15^\circ$  kommt dem vorgenannten Wert sehr nahe.

Der "direkte Weg" zur Berechnung des Winkels dank der Kenntnis der beiden Breiten sollte den Kindern jedoch zunächst nicht mitgeteilt werden. Im Nachhinein kann er ihnen dagegen nützlich sein, um etwaige Fehler in ihren Messungen herauszufinden...

#### 4 - Etappen der Durchführung des Projekts

Den Grundsätzen von "La main à la Pâte" entsprechend, sollten Sie darauf achten, daß eigenständiges Denken der Kinder vorrangiges Ziel ist. Regen Sie sie dazu an, selbst Hypothesen aufzustellen, die sie dann in selbstausgedachten Experimenten überprüfen. Jeder Schüler sollte in einem besonderen Heft mit Zeichnungen und kurzen Sätzen seine eigenen Untersuchungen festhalten, die Gruppenarbeiten beschreiben und die gemeinsam erarbeiteten Ergebnisse eintragen. Dies gestattet Ihnen nachzuprüfen, ob die in der Klasse durchgeführten Arbeiten verstanden wurden, und die Entwicklung jedes Ihrer Schüler zu verfolgen.

Wir schlagen Ihnen folgende Etappen vor:

1/ Einstellung der ersten Projektphasen ins Internet, Aufstellung einer Verteilerliste für die am Projekt teilnehmenden Schulen. In der Liste werden auch die Wissenschaftler und Pädagogen aufgeführt, die Ihre Fragen beantworten werden.

2/ Bei der Einschreibung in das Projekt werden Sie automatisch in die Verteilerliste des Eratosthenes-Projekts aufgenommen. Sie können somit leicht mit den anderen am Projekt beteiligten Lehrern in Verbindung treten. Außerdem erhalten Sie ein Paßwort für den Zugang zum "Projektarbeitsraum".

"Projektarbeitsraum" kann jede Klasse - ihre Meßergebnisse auf die Web-Site des Projekts stellen;

- Die Koordinaten aller am Projekt beteiligten Klassen erfahren;

- Deren Meßwerte abrufen;

- Auf einem Globus den Standort der beteiligten Klassen sichtbar machen;

3/ Während des gesamten Projekts tragen die Klassen ihre Meßwerte im "Projektarbeitsraum" ein. Mit Hilfe der Verteilerliste können zeitgleiche Messungen geplant werden. (September und März Tagundnachtgleichen. Dezember und Juni Sonnenwenden)